

**Etapa județeană, a sectoarelor municipiului București,
a Olimpiadei de Astronomie și Astrofizică
1 februarie 2020**

S2

Barem de evaluare și de notare

Pagina 1 din 9

BAREM DE CORECTARE → Seniori 2

Subiectul I – 25 puncte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	c	c	a	d	b	c	b	c	a
2,5p	2,5p	2,5p	2,5p	2,5p	2,5p	2,5p	2,5p	2,5p	2,5p

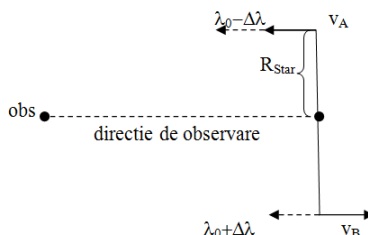
1.

$$a = a_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = b_0; \frac{b_0}{a_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; e = \sqrt{1 - \frac{b_0^2}{a_0^2}}; e = \frac{v}{c}; v = 0,75 \cdot 10^5 \frac{km}{s}$$

2.

$$E = h\nu; \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT; T = \frac{2E}{3k}; T = 502,415 \cdot 10^4 K$$

3.



$$z = \frac{v_{rad}}{c} = \frac{v_A}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}; v_A = \frac{2\pi R_{Star}}{T} = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}; T = \frac{2\pi R_{Star} \lambda_0}{c \Delta\lambda}; T = 29,58 zile$$

4.

$$v = \frac{d}{t} = ct; \frac{t_1}{t_2} = \frac{2R + 2r}{2R - 2r}; \frac{t_1}{t_2} = \frac{7R_{Soare}}{3R_{Soare}} = 2,33$$

5.

$$g = \frac{kM}{R^2}; \frac{g_1}{g_2} = \frac{kM_1}{R_1^2} \frac{R_2^2}{kM_2}; \frac{M_1}{M_2} = \frac{g_1}{g_2} \frac{R_1^2}{R_2^2}; \frac{M_1}{M_2} = 12$$

6. $\cos H = -\operatorname{tg}(\phi)\operatorname{tg}(\delta); t_s = \alpha + H = \alpha_{\odot} + H_{\odot}; TL = 12^h + H_{\odot} - L + 2;$

$\alpha_{\odot} \approx 21h$; neglijând ecuația timpului Betelgeuse răsare la aprox. 14:30 și apune la 3:30.

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 2 din 9

7. $\frac{L_1}{L_2} = 10^{-0,4(M_1 - M_2)}$; $\frac{R_1^2 T_1^4}{R_2^2 T_2^4} = 10^{-0,4(M_1 - M_2)}$; $\frac{T_2}{T_1} = 0,89$ $\frac{\Delta T}{T_1} = 11\%$.

8.

$$r_{\text{aphelium}} \cong 2a; a = 1,5 \cdot 10^5 \text{ UA} = 1,5 \cdot 1,496 \cdot 10^{16} \text{ m} = 2,244 \cdot 10^{16} \text{ m};$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{kM_{\text{Sun}}}}; t = \frac{T}{2}; t = 3,14 \sqrt{\frac{2,244^3 \cdot 10^{48}}{6,67 \cdot 1,989 \cdot 10^{19}}} = 3,14 \sqrt{\frac{112,99 \cdot 10^{28}}{13,266}} = 9,163 \cdot 10^{14} \text{ s};$$

9. $G = \frac{\theta}{\alpha} = 4$, $G = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \rightarrow f_{ob} = 4 f_{oc} = 32 \text{ cm}$.

10. Limita Roche este dată de formula:

$$d = 2,44 R_p \sqrt[3]{\frac{\rho_p}{\rho_s}}$$

După efectuarea calculelor, $d = 2,44 R_p \sqrt[3]{1,66} = 2,44 R_p \cdot 1,18 = 2,88 R_p$

-
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană, a sectoarelor municipiului București,
a Olimpiadei de Astronomie și Astrofizică
1 februarie 2020**

S2

Barem de evaluare și de notare

Pagina 3 din 9

Subiectul II – 50 puncte

A. – 20 p

Rezolvare	Parțial	Punctaj
		20
<p>a) Energia in unitatea de timp care ajunge de la stea pe suprafata planetei este: $L_{\text{inc}} = \frac{L_{\text{stea}}}{4 \pi a^2} \pi R^2$, unde $L_{\text{stea}} = 4 \pi R_{\text{stea}}^2 \sigma T_{\text{stea}}^4$.</p> <p>Din aceasta, cantitatea absorbita de planeta este: $L_{\text{abs}} = (1 - \alpha) L_{\text{inc}} = (1 - \alpha) 4 \pi R_{\text{stea}}^2 \sigma T_{\text{stea}}^4 \frac{1}{4 \pi a^2} \pi R^2 =$ $= (1 - \alpha) R_{\text{stea}}^2 \sigma T_{\text{stea}}^4 \frac{1}{a^2} \pi R^2$.</p>	2	4
<p>Planeta emite apoi aceasta radiatie ca si corp negru: $L_{\text{abs}} = L_{\text{emis}} = 4 \pi R^2 \sigma T^4 \rightarrow (1 - \alpha) R_{\text{stea}}^2 \sigma T_{\text{stea}}^4 \frac{1}{a^2} \pi R^2 = 4 \pi R^2 \sigma T^4$ $(1 - \alpha) R_{\text{stea}}^2 \sigma T_{\text{stea}}^4 \frac{1}{a^2} \pi R^2 = 4 \pi R^2 \sigma T^4 \rightarrow$ $T^4 = \frac{(1-\alpha) R_{\text{stea}}^2 T_{\text{stea}}^4}{4 a^2} \rightarrow a = \sqrt{(1 - \alpha) \frac{R_{\text{stea}}^2 T_{\text{stea}}^2}{2 (273,15+t)^2}}$</p>	2	
<p>b) $a_1 = \sqrt{(1 - \alpha) \frac{R_{\text{stea}}^2 T_{\text{stea}}^2}{2 (273,15+t_{\text{max}})^2}} \rightarrow a_1 = 12.5 \text{ UA}$ $a_2 = \sqrt{(1 - \alpha) \frac{R_{\text{stea}}^2 T_{\text{stea}}^2}{2 (273,15+t_{\text{min}})^2}} \rightarrow a_2 = 23.5 \text{ UA}$</p>	2	2
<p>c) Elongatia maxima estica sau vistica a planetei Alfetus vazuta de pe Betadana va fi: $\tan(\gamma) = \frac{a_1}{a_2} = 0.53 \rightarrow \gamma = 28$</p>	2	2

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană, a sectoarelor municipiului București,
a Olimpiadei de Astronomie și Astrofizică
1 februarie 2020**

S2

Barem de evaluare și de notare

Pagina 4 din 9

<p>d) $a_{nava} = (a_1 + a_2)/2 \rightarrow a_{nava} = 18 \text{ UA}$ $r_{\min} = a_{nava} (1 - e_{nava}) = a_1 \rightarrow e_{nava} = 1 - \frac{a_1}{a_{nava}} = 0.31$ Pentru a determina perioada, vom incepe prin a scrie Kepler III pentru Pamant: $T_p^2 = \frac{4 \pi^2 a_p^3}{G M_{Soare}};$ Kepler III pentru nava de pe elipsa: $T_{nava}^2 = \frac{4 \pi^2 a_{nava}^3}{G M_{Stea}}$ Impartind cele doua relatii vom obtine: $\frac{T_p^2}{T_{nava}^2} = \frac{a_p^3 M_{Stea}}{a_{nava}^3 M_{Soare}} \rightarrow T_{nava} = 31.2 \text{ ani}$</p>	3	3
<p>e) Vom nota vitezele astfel: v_0 = viteza navei cand este in orbita circulara in jurul steii (in repaus fata de steaua Betadana), inainte de efectuarea primei variatii de viteza v_1 = viteza navei in apoastrul orbitei, dupa efectuarea primei variatii de viteza v_2 = viteza navei in periastrul orbitei, inaintea efectuarii celei de-a doua variatie de viteza v_3 = viteza navei in repaus fata de steaua Alfetus, dupa efectuarea celei de-a doua variatie de viteza Pentru miscarea circulara se poate scrie energia astfel: $\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GmM_{Stea}}{a_2} = -\frac{GmM_{Stea}}{2a_2} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{GM_{Stea}}{a_2}}$ $\frac{mv_3^2}{2} - \frac{GmM_{Stea}}{a_1} = -\frac{GmM_{Stea}}{2a_1} \rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{GM_{Stea}}{a_1}}$</p>	2	6
<p>Pentru miscarea pe elipsa scriem energia astfel, in apoastu si periastru: $\frac{mv_1^2}{2} - \frac{GmM_{Stea}}{a_2} = -\frac{GmM_{Stea}}{2a_{nava}} \rightarrow v_1 = \sqrt{GM_{Stea} \left(\frac{2}{a_2} - \frac{1}{a_{nava}} \right)}$ apoastu $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{GmM_{Stea}}{a_1} = -\frac{GmM_{Stea}}{2a_{nava}} \rightarrow v_2 = \sqrt{GM_{Stea} \left(\frac{2}{a_1} - \frac{1}{a_{nava}} \right)}$ periastru</p>	2	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 5 din 9

<p>Variatiile de viteza cautate vor fi:</p> <ul style="list-style-type: none"> la plecarea de pe Betadana: $\Delta v = v_1 - v_0 = \sqrt{GM_{stea} \left(\frac{2}{a_2} - \frac{1}{a_{nava}} \right)} - \sqrt{\frac{GM_{stea}}{a_2}} = \sqrt{\frac{GM_{stea}}{a_2} \left(\sqrt{2 - \frac{a_2}{a_{nava}}} - 1 \right)}$ <ul style="list-style-type: none"> la sosirea pe Alfetus: $\Delta v = v_3 - v_2 = \sqrt{\frac{GM_{stea}}{a_1}} - \sqrt{GM_{stea} \left(\frac{2}{a_1} - \frac{1}{a_{nava}} \right)} = \sqrt{\frac{GM_{stea}}{a_1} \left(1 - \sqrt{2 - \frac{a_1}{a_{nava}}} \right)}$	2	
<p>f)</p> <p>Durata zborului navei este de jumătate din perioada acesteia pe elipsa:</p> $\Delta t = \frac{T_{nava}}{2} = 15.6 \text{ ani}$ <p>Perioada planetei Alfetus are valoarea de:</p> $\frac{T_p^2}{T_1^2} = \frac{a_p^3 M_{stea}}{a_1^3 M_{soare}} \rightarrow T_1 = 18 \text{ ani}$ <p>Pe durata zborului navei, planeta Alfetus se va misca cu unghiul:</p> $\Phi = \frac{2\pi}{T_1} \Delta t \rightarrow \Phi = 312^\circ$ <p>Atunci, la momentul lansării navei pe elipsa, unghiul dintre cele două planete va fi:</p> $312^\circ - 180^\circ = 132^\circ$	2	2
<p>g)</p> $\lambda_{soare} T_{soare} = \lambda_{stea} T_{stea} \rightarrow \lambda_{stea} = 213 \text{ nm}$ <p>Ochii lor sunt adaptați la vederea în ultraviolet.</p>	1	1

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană, a sectoarelor municipiului București,
a Olimpiadei de Astronomie și Astrofizică**

1 februarie 2020

Barem de evaluare și de notare

S2

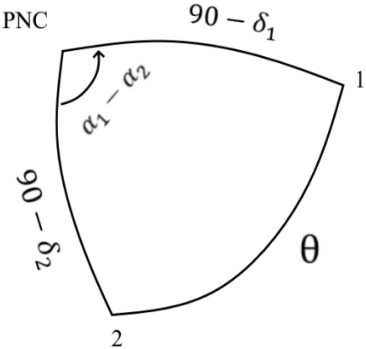
Pagina 6 din 9

B. – 20 p

Rezolvare	Parțial	Punctaj
		25
<p>a. Scala imaginii se determină cunoscând distanța focală a telescopului,</p> $f/D = 5 \Rightarrow f = 10 \text{ m,}$	1	3
<p>scala fiind definită ca</p> $s = \frac{1}{f}.$ <p>Știind că $1 \text{ rad} = 206265''$, putem scrie scala ca</p> $s = \frac{206265''}{f}.$	1	
<p>Adică</p> $s = 20.6 \text{ arcsec/mm}$ <p style="text-align: center;"><i>sau</i></p> $s = 0.51 \text{ arcsec/pixel}$	1	
<p>b.</p> <p>Folosind legea lui Pogson aflăm fluxul de fotoni venit de la stea:</p> $\frac{F}{F_0} = 10^{-0.4m}.$	3	9
<p>Numărul de fotoni va fi</p> $N = F \Delta \lambda \Delta t \frac{\pi D^2}{4},$	3	
<p>unde $F = F_0 \cdot 10^{-0.4m} = 63 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ \AA}^{-1}$, $\Delta \lambda = 1000 \text{ \AA}$.</p>	1	
$N = 63 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ \AA}^{-1} \cdot 1000 \text{ \AA} \cdot (20 \cdot 60 \text{ s}) \cdot \frac{\pi(200 \text{ cm})^2}{4}$ $N = 2.37 \cdot 10^{12} \text{ fotoni}$	2	

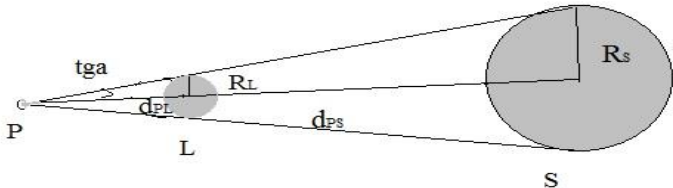
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 7 din 9

<p>c.</p> <p><u>Varianta 1</u></p> <p>Aplicând teorema cosinusului în triunghiul sferic format de Polul Nord Ceresc, Vega și ϵ_1 Lyr se obține distanța unghiulară dintre cele două stele:</p> <div style="text-align: center;">  </div> $\cos \theta = \cos(90 - \delta_2) \cos(90 - \delta_1) + \sin(90 - \delta_2) \sin(90 - \delta_1) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$ $\cos \theta = \sin(\delta_2) \sin(\delta_1) + \cos(\delta_2) \cos(\delta_1) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$ $\theta = 1.63^\circ$ <p><u>Varianta 2</u></p> <p>Deoarece cele două stele sunt foarte apropiate putem aproxima cu o dreaptă arcul ce unește cele două stele pe sfera cerească. Astfel, aplicăm</p> $d) \theta = \sqrt{\Delta\delta^2 + \Delta\alpha^2 \cos^2(\delta)}$ $\theta = 1.63^\circ$	4	8
$d_{\text{pixeli}} = \frac{\theta}{s}$ $d_{\text{pixeli}} = \frac{1.63 \cdot 3600 \text{ arcsec}}{0.51 \text{ arcsec/pixel}} = 11506$	2	
$d_{\text{pixeli}} < 16384$ <p>Deci fotografia poate fi făcută.</p>	2	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

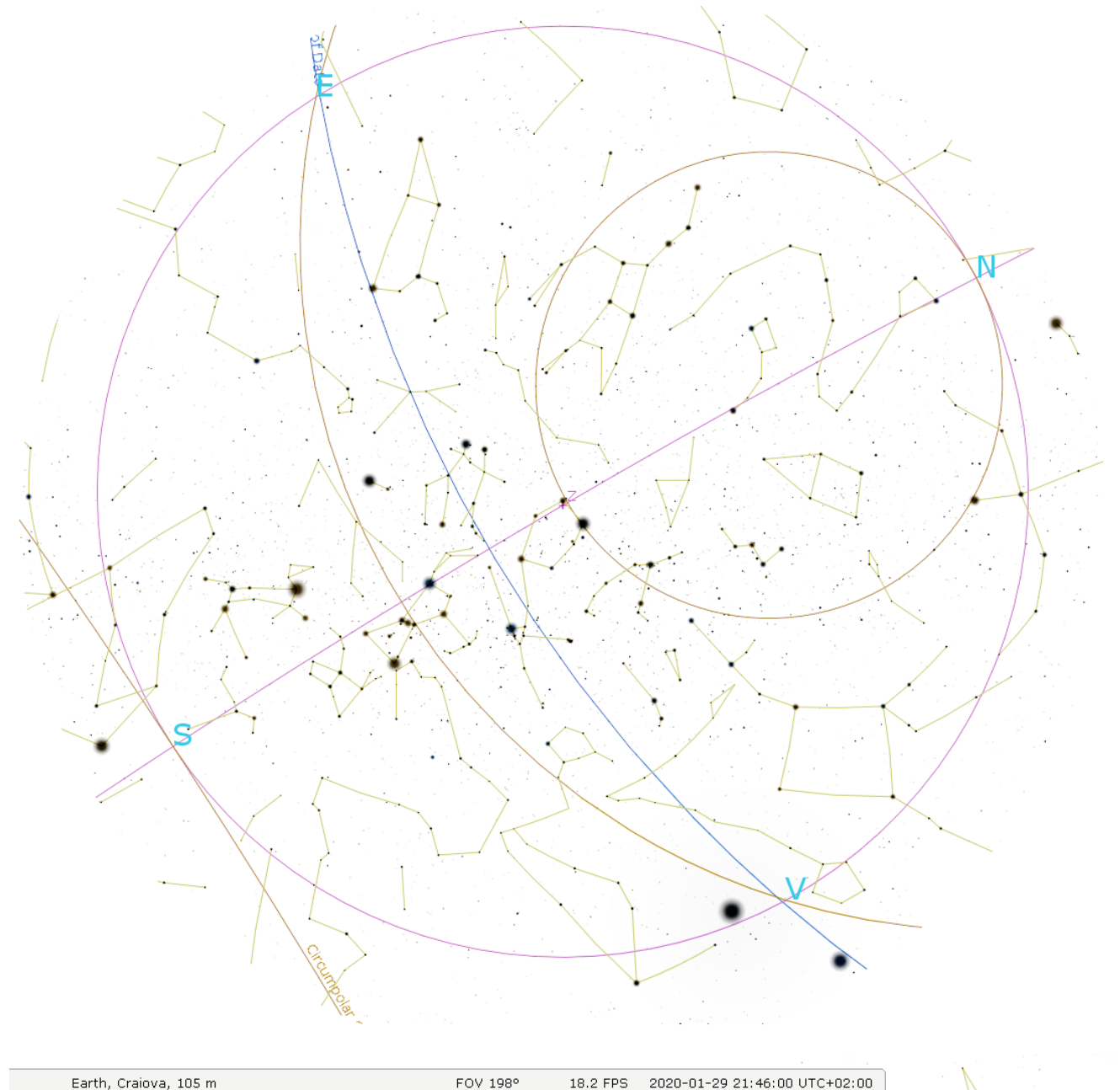
C. – 10 p

Rezolvare	Parțial	Punctaj
	4	10
$\operatorname{tg} a = \frac{R_L}{d_{\min PL}} = \frac{R_S}{d_{\max PS}} \Rightarrow d_{\min PL} = \frac{d_{\max PS} R_L}{R_S} \text{ la timpul } t$ $d_{\max PS} = a_P(1 + e_P)$ $d_{\min PL} = \frac{a_P(1 + e_P) R_L}{R_S} = 379921 \text{ km}$ <p>La t_0 distanța minimă Pământ-Lună este $363 \cdot 10^3 \text{ km}$, deci</p> $\Delta t = \frac{d_{\min PL} - d_{\min PL}(t_0)}{v} = \frac{379921 - 363000}{3 \cdot 10^{-5}} = 564 \cdot 10^6 \text{ ani}$	6	10

Subiectul III – 25 puncte

1. Identificarea punctelor cardinale.....2p
2. Trasarea corectă și notarea corectă a cercurilor din enunț.....4p
3. $T_S \approx 6h$4p
4. Procion ($\alpha = 7h40m, \delta = 5^\circ$);
Regulus ($\alpha = 10h10m, \delta = 12^\circ$);
Shedar ($\alpha = 0h40m, \delta = 56^\circ$).....4p
5. Indicarea corectă a constelațiilor de la nord de ecuator.....4p
6. $T_l = 21:45 \pm 00:15$4p
7. Luna – ora 16
Aldebaran – ora 20:30
Uranus apune la ora 00:45.....3p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.