

Pregătire pentru OJAA 2018 – barem + rezolvări

Subiect 1 - Grile			Parțial	Punctaj																																																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nr.</th> <th>răspuns</th> <th>punctaj</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">1</td> <td>A</td> <td>a</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>b</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>d</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">3</td> <td>A</td> <td>a</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>a</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">4</td> <td>A</td> <td>a</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>a</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">5</td> <td>A</td> <td>a</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>c</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>a</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>d</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>c</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>b</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>d</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>			Nr.	răspuns	punctaj	1	A	a	0,5	B	b	0,5	2	d	1	3	A	a	0,5	B	a	0,5	4	A	a	0,5	B	a	0,5	5	A	a	0,5	B	c	0,5	6	a	1	7	d	1	8	c	1	9	b	1	10	d	1		<b>10</b>
Nr.	răspuns	punctaj																																																			
1	A	a	0,5																																																		
	B	b	0,5																																																		
2	d	1																																																			
3	A	a	0,5																																																		
	B	a	0,5																																																		
4	A	a	0,5																																																		
	B	a	0,5																																																		
5	A	a	0,5																																																		
	B	c	0,5																																																		
6	a	1																																																			
7	d	1																																																			
8	c	1																																																			
9	b	1																																																			
10	d	1																																																			
Subiectul 2 – Probleme scurte			Parțial	Punctaj																																																	
<b>1. (Andrei)</b>			<b>2</b>																																																		
<b>a.</b> Pentru steaua Betelgeuse, $L_B = 4\pi R^2 \sigma T^4$ $L_B = 568,32 \cdot 10^{30} W$			0,25	<b>1</b>																																																	
pentru Soare, $L_S = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4$ $L_S = 384,6 \cdot 10^{24} W$			0,25																																																		
rezultă $L_B / L_S = 1,47 \cdot 10^6.$			0,5																																																		
<b>b.</b> 1 pc = 3,26 a.l.			0,25	<b>0,5</b>																																																	
420 a.l. = 128,83 pc			0,25																																																		
<b>c.</b> $\lambda_{\max} \cdot T = \text{const.} = b \rightarrow \lambda_{\max} = b / T$			0,25	<b>0,5</b>																																																	
$\lambda_{\max} = 3,715 \cdot 10^{-7} m$			0,25																																																		
			<b>2</b>																																																		

<b>2. (Hakan)</b>		
<b>a.</b> $d = 10 \text{ a.l.} = 10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^5 \approx 9,5 \cdot 10^{13} \text{ km}$	0,2	<b>0,4</b>
$d = 10/3,26 \approx 3,1 \text{ pc}$	0,2	
<b>b.</b> Steaua nu poate fi văzută „etern” de pe Pământ întrucât pe măsură ce se depărtează magnitudinea aparentă a acesteia scade.	0,3	<b>0,6</b>
Ca urmare, o dată ce trece de magnitudinea maximă de observație (i.e. $m_{\text{obs}}=6,0$ ), aceasta nu va mai putea fi văzută cu ochiul liber.	0,3	
<b>c.</b> $M = m + 5 - 5 \lg \frac{d}{1 \text{ pc}}$	0,2	<b>1,0</b>
$M = 3,0 + 5 - 5 \lg \frac{3,1 \text{ pc}}{1 \text{ pc}} = 8,0 - 5 \lg 3,1$ $M = 5,5$	0,2	
Steaua nu va putea fi observabilă odată ce $m \geq m_{\text{obs}}$ . În relația magnitudine – distanță, dăm lui $m$ valoarea $m_{\text{obs}}$ .	0,2	
$M = m_{\text{obs}} + 5 - 5 \lg \frac{D}{1 \text{ pc}}$ $\therefore D = 10^{\frac{m_{\text{obs}}+5-M}{5}} \text{ pc} = 10^{\frac{6,0+5-5,5}{5}} \text{ pc}$ $D = 12,6 \text{ pc}$	0,2	
Distanța parcursă este $\Delta d = D - d$ . Cunoscând viteza aflăm intervalul de timp cerut, $\Delta t = \frac{\Delta d}{v} = \frac{D - d}{v}$ , $\Delta t = \frac{(12,6 - 3,1) \cdot 3,26 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^5}{2,0 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ ani}$ $\Delta t = 4,6 \cdot 10^6 \text{ ani}$ .	0,2	
<b>3. (Hakan)</b>		
Notății: $d_{\text{PL}}$ – distanța de la Pământ la Lună $\omega_L$ – viteza unghiulară de rotație a Lunii pe orbită $M_L$ – masa Lunii $M_P$ – masa Pământului		0,4
$\begin{cases} \frac{GM_L M_P}{d_{\text{PL}}^2} = M_L \omega_L^2 d_{\text{PL}} \\ \omega_L = \frac{2\pi}{T_L} \end{cases} \Rightarrow \frac{GM_P}{d_{\text{PL}}^3} = \frac{4\pi^2}{T_L^2} \quad (1)$		
Notății: $d_{\text{PS}}$ – distanța de la Pământ la Soare $\omega_P$ – viteza unghiulară de rotație a Pământului pe orbită $M_S$ – masa Soarelui $M_P$ – masa Pământului		0,4

$\begin{cases} \frac{GM_S M_P}{d_{PS}^2} = M_S \omega_S^2 d_{PS} \\ \omega_P = \frac{2\pi}{T_P} \end{cases} \Rightarrow \frac{GM_S}{d_{PS}^3} = \frac{4\pi^2}{T_P^2} \quad (2)$		<b>2</b>
$\begin{cases} \rho_S = \frac{6M_S}{\pi D_S^3} \\ \rho_P = \frac{6M_P}{\pi D_P^3} \end{cases} \Rightarrow k = \frac{\rho_S}{\rho_P} = \frac{M_S}{M_P} \cdot \left(\frac{D_P}{D_S}\right)^3 \quad (4)$	0,2	
<p>Considerăm <math>d_{SL} \cong d_{PS}</math></p>	0,2	
<p>Notăm cu <math>\beta</math> raportul dintre diametrul aparent al Pământului, <math>\alpha_P</math>, și diametrul aparent al Soarelui, <math>\alpha_S</math>.</p> $\beta = \frac{\alpha_P}{\alpha_S} = 3,6$ $\begin{cases} \alpha_S = \frac{D_S}{d_{SL}} \\ \alpha_P = \frac{D_P}{d_{PL}} \end{cases} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \beta = \frac{D_P}{D_S} \cdot \frac{d_{PS}}{d_{PL}} \quad (5)$	0,2	
<p>Împărțind (1) și (2) rezultă</p> $\frac{M_P}{M_S} \cdot \frac{d_{PS}^3}{d_{PL}^3} = \frac{T_P^2}{T_L^2}$	0,2	
<p>Ținând cont și de (5) rezultă în continuare că</p> $\frac{M_P}{M_S} \cdot \left(\beta \frac{D_S}{D_P}\right)^3 = \frac{T_P^2}{T_L^2}$ <p>dar din (4) avem că</p> $\frac{M_P}{M_S} \cdot \left(\frac{D_S}{D_P}\right)^3 = \frac{\rho_P}{\rho_S}$ <p>Deci</p> $\frac{\rho_P}{\rho_S} \cdot \beta^3 = \frac{T_P^2}{T_L^2}$ <p>adică</p> $k = \beta^3 \frac{T_L^2}{T_P^2}$	0,2	
$k = 3,6^3 \left(\frac{27,32}{365,25}\right)^2$ $k = 0,26.$	0,2	

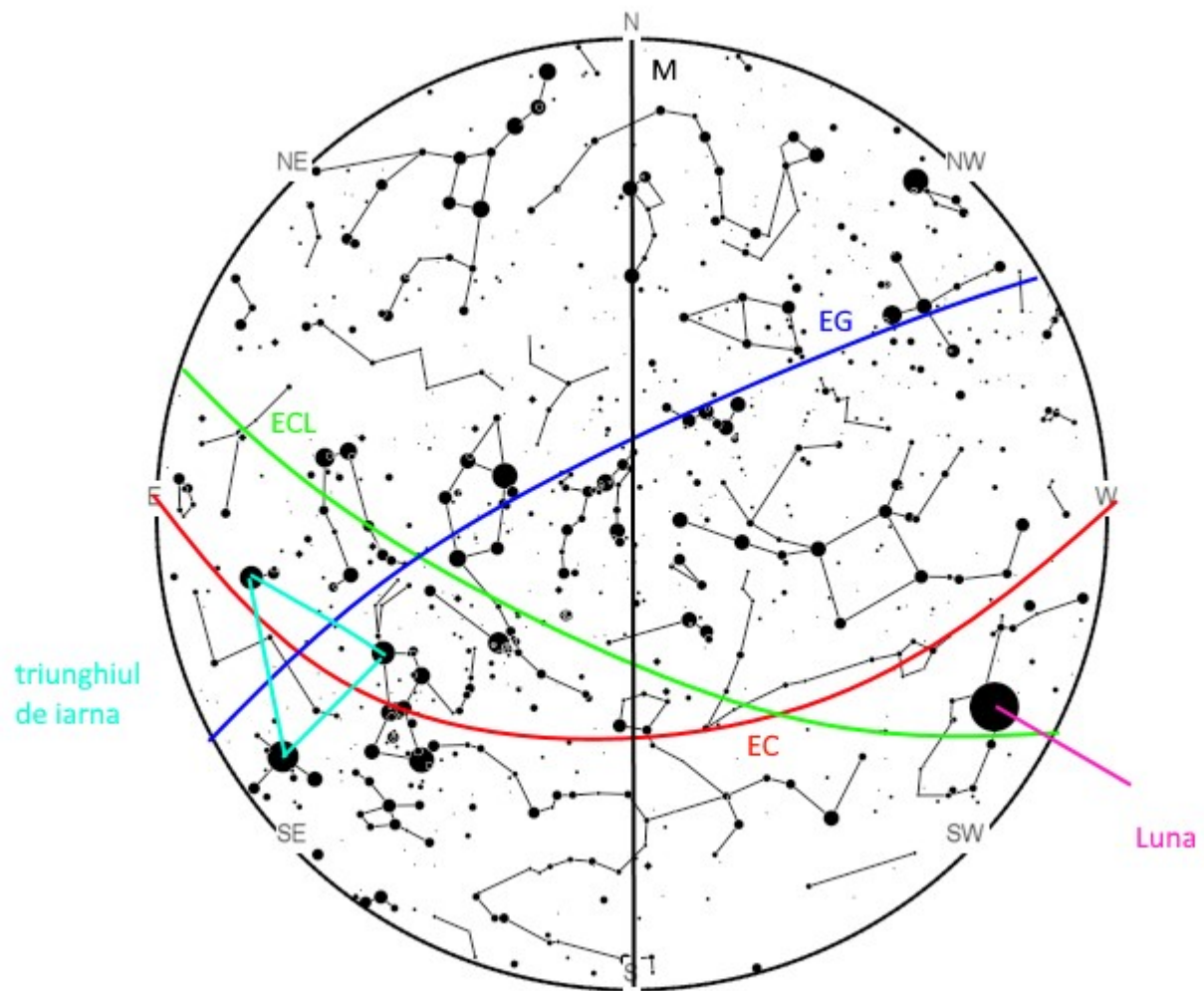
Subiectul 3 – Problemă lungă (George)	Parțial	4
<b>a.</b> imaginea 1 – C imaginea 2 – D imaginea 3 – B imaginea 4 – A	<b>0,8</b>	
<b>b. i.</b> $t_1 = 1h$ $t_2 = 2h$ $t_3 = 8h$ $t_4 = 9h$	0,2	<b>0,4</b>
$\Delta t_{tranzit} = t_4 - t_1 =$ $= 9h - 1h = 8h$	0,1	
$\Delta t_{totalitate} = t_3 - t_2 =$ $= 8h - 2h = 6h$	0,1	
<b>ii.</b>  $\frac{S_t}{S} = 10^{-0,4(m_t - m)}$	0,3	<b>1</b>
$\frac{75\%}{100\%} = 10^{-0,4(m_t - 12,0)} \Leftrightarrow -2,5 \lg 0,75 = m_t - 12,0$	0,4	
$\therefore m_t = 12,0 - 2,5 \lg 0,75$ $m_t = 12,3$	0,3	
<b>iii.</b>  Strălucirea aparentă a stelei este proporțională cu suprafața acesteia, în cazul fazei de totalitate a tranzitului steaua este acoperită de întregul disc al planetei pierzând din strălucire, planeta fiind nestrălucitoare – se observă imaginea unui disc negru.  $\frac{S_t}{S} = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$ $\therefore \frac{r}{R} = \sqrt{1 - \frac{S_t}{S}}$	0,4	<b>0,8</b>
$r = R \sqrt{1 - \frac{S_t}{S}}$ $r = 10^8 \sqrt{1 - 0,75} \text{ m}$ $r = 0,5 \cdot 10^8$	0,4	

<p><b>c. i.</b></p> $v = \frac{2\pi d}{P}$ $v = \frac{2\pi \cdot 365000}{27,32 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ km/s}$ $v = 0,971 \text{ km/s}$	<b>0,3</b>	
<p><b>ii.</b></p> $t = \frac{D + 2r}{v}$ $\frac{D}{d} = \frac{2R}{1 \text{ UA}} \Rightarrow D = \frac{2Rd}{1 \text{ UA}}$ $\therefore t = \frac{\frac{2Rd}{1 \text{ UA}} + 2r}{v}$ $t = \frac{2 \cdot 695700 \cdot 365000}{1496000000} + 2 \cdot 1700}{0,971 \cdot 60} \text{ min}$ $t = 117 \text{ min}$	<b>0,4</b>	
<p><b>iii.</b></p> $\theta_L = \frac{2r}{d} = \frac{2 \cdot 1700}{365000} \cdot \frac{180 \cdot 60}{\pi} \text{ arcmin}$ $\theta_L = 32,02 \text{ arcmin}$ $\theta_S = \frac{2R}{1 \text{ UA}} = \frac{2 \cdot 695700}{149600000} \cdot \frac{180 \cdot 60}{\pi} \text{ arcmin}$ $\theta_S = 31,97 \text{ arcmin}$ $\theta_S < \theta_L \Rightarrow \text{fenomenul de ocultare se poate produce}$	<b>0,3</b>	
<b>Subiectul 4 – Harta mută</b>	<b>10</b>	
<b>1.</b> 1 punct/hartă	<b>2</b>	
<b>2.</b> harta 1 – ora 19	0,5	<b>2</b>
harta 2 – ora 4	1	
justificare	0,6	
<b>3.</b> harta 1 – Luna	0,5	<b>1,5</b>
harta 2 – Marte, Jupiter	1	
<b>4.</b> zona de circumpolaritate	0,5	<b>2</b>
5 constelații	1,5	
<b>5.</b> trasare aproximativ corectă și identificare corectă – punctaj maxim (0,3) încercare de trasare și identificare corectă – punctaj parțial (0,15)		

trasare corectă dar fără identificare – punctaj parțial (0,15)

încercare de trasare fără identificare – nu se punctează (0)

Alt/Az coord. ARC  
Apparent  
Constanța  
2018-01-20  
19h00m00s (EET)  
Mag: 5.1/6.0, 60.0'  
FOV: +360°00'00"



Alt/Az coord. ARC  
Apparent  
Constanța  
2018-01-21  
04h00m00s (EET)  
Mag: 5.1/6.0, 60.0'  
FOV: +360°00'00"

