

BAREM DE CORECTARE → Seniori 2

Subiectul I – 25 puncte

1	2	3	4		5	6	7		8	9	10
			A	B			A	B			
d	d	a	c	c	c	b	c	a	c	b	d
2,5p	2,5p	2,5p	2p	0,5p	2,5p	2,5p	1,5p	1p	2,5p	2,5p	2,5p

2.

$$I_1 = 10^{-0,4m_1}; \quad I_2 = 10^{-0,4m_2}; \quad \frac{I_2}{I_1} = 10^{-0,4(m_2-m_1)} = 10^{-2}; \quad I_1 = 100I_2; \quad \Delta I = -99I_2$$

3.

$$\frac{T^2}{a^3}(m_1 + m_2) = \frac{T_p^2}{a_p^3}(M_p + M_\odot); \quad m_1 + m_2 = \frac{a^3}{T^2}M_\odot; \quad M = m_1 + m_2$$

$$M = \frac{3375}{1764} = 1,913M_\odot$$

4.

$$\frac{31'28''}{x} = \frac{a-c}{a+c}; \quad \frac{c}{a} = e; \quad \frac{a(1-e)}{a(1+e)} = \frac{1-0,017}{1+0,017} = 0,9665683; \quad x = 31'28'' \frac{1+e}{1-e} = \frac{1888''}{0,9665683} = 1953,30'' = 32'33''$$

5.

$$\lambda_{\max} T = 0,29 \cdot 10^{-2} \text{mK}; \quad \lambda_{\max} = \frac{0,29 \cdot 10^{-2} \text{mK}}{T}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{29 \cdot 10^{-4} \text{m}}{4273}; \quad T = t + 273; \quad \lambda_{\max} = 678,68 \cdot 10^{-9} \text{m} = 678,69 \text{nm}$$

6.

$$\phi = I = \frac{L}{4\pi d^2}; \quad I_{\text{Supernova}} = \frac{nL_{\text{Soare}}}{4\pi D_{\text{P-Supernova}}^2}; \quad I_{\text{Soare}} = \frac{L_{\text{Soare}}}{4\pi D_{\text{P-Soare}}^2}$$

$$\frac{L_{\text{Soare}}}{4\pi D_{\text{P-Soare}}^2} = \frac{nL_{\text{Soare}}}{4\pi D_{\text{P-Supernova}}^2}; \quad n = \frac{D_{\text{P-Supernova}}^2}{D_{\text{P-Soare}}^2} = \frac{0,8^2 \text{pc}^2}{0,484817^2 \cdot 10^{-10} \text{pc}^2} = 2,723 \cdot 10^{10} \text{ori}$$

7.

$$a = 6370 \text{km} + \frac{200 + 1550}{2} \text{km} = 7245 \text{km}$$

8.

$$t_{\text{Stea}} = 7 \cdot 10^{-4} c^2 \frac{M}{L} = 7 \cdot 10^{-4} c^2 \frac{4M_S}{100L_S} \cong 4 \cdot 10^8 \text{ani}$$

9.

$$M = \rho V = \rho \frac{4\pi R^3}{3} = 1,308 \cdot 10^{15} \text{kg}; \quad v = \sqrt{\frac{KM}{R}} = 4,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

10.

$$f_{\text{ob}} = d - f_{\text{oc}} = 30 \text{cm}; \quad \frac{f_{\text{oc}}}{f_{\text{ob}}} = \frac{r_{\text{oc}}}{r_{\text{ob}}}; \quad r_{\text{ob}} = 3 \text{cm}; \quad d_{\text{ob}} = 6 \text{cm}$$

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană, a sectoarelor municipiului București,
a Olimpiadei de Astronomie și Astrofizică
2 martie 2019**

S2

Barem de evaluare și de notare

Pagina 2 din 6

Subiectul II – 50 puncte

A. – 10 p

Pentru mișcarea inițială pe cerc naveta și satelitul vor avea viteza:

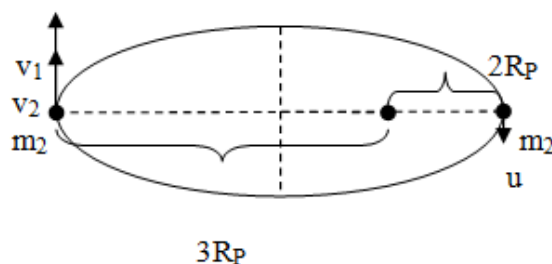
$$v = \sqrt{\frac{kM_p}{3R_p}};$$

Viteza minimă de evadare a satelitului care va descrie o orbită parabolică, se determină din legea de conservare a energiei:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{km_1M_p}{3R_p} = 0; v_1 = \sqrt{\frac{2kM_p}{3R_p}}$$

Satelitul se desprinde când se află pe cercul de rază $3R_p$, urmând să descrie, imediat după separare o traiectorie eliptică.

Pentru calculul vitezei navetei spațiale, aplicăm legea conservării energiei la perigeul și apogeul navetei spațiale și a momentului cinetic:



$$\frac{m_2v_2^2}{2} - \frac{km_2M_p}{3R_p} = \frac{m_2u^2}{2} - \frac{km_2M_p}{2R_p};$$

$$\frac{u^2}{2} - \frac{v_2^2}{2} = \frac{kM_p}{R_p} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right);$$

$$m_2v_2 \cdot 3R_p = m_2u \cdot 2R_p; u = \frac{3}{2}v_2;$$

$$v_2 = 2\sqrt{\frac{kM_p}{15R_p}}$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 3 din 6

B. – 20p

a. – 8p

Pentru calculul poziției centrului de masa CM, utilizăm relația:

$$M_S d_S = M_P (d_{SP} - d_S);$$

$$d_S = \frac{M_P d_{SP}}{M_P + M_S};$$

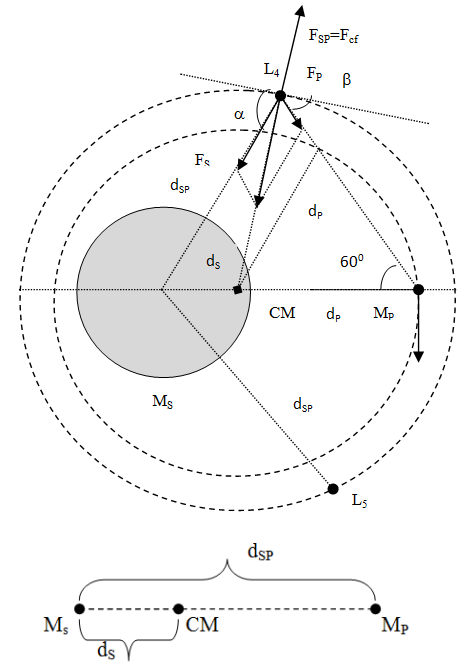
$$d = \sqrt{d_{SP}^2 + d_S^2 - 2d_{SP}d_S \cos 60^\circ};$$

$$d = \sqrt{d_{SP}^2 + \frac{d_{PS}^2 M_P^2}{M_P^2 (1+n)^2} - 2d_{SP}^2 \frac{M_P}{M_P (1+n)} \cdot \frac{1}{2}};$$

$$d = \frac{d_{SP}}{1+n} \sqrt{n^2 + n + 1}$$

$$\Delta d = d - d_P = d - d_{PS} + d_S;$$

$$\Delta d = d_{PS} \left[\frac{1}{n+1} (\sqrt{n^2 + n + 1} + 1) - 1 \right];$$



b. – 5p

$$F_S = \frac{kM_S m}{d_{SP}^2}; F_P = \frac{kM_P m}{d_{SP}^2};$$

$$F_{SP} = \sqrt{F_S^2 + F_P^2 + 2F_S F_P \cos 60^\circ};$$

$$F_{SP} = \frac{km}{d_{SP}^2} \sqrt{M_S^2 + M_P^2 + M_S M_P};$$

$$F_{SP} = \frac{kmM_P}{d_{SP}^2} \sqrt{n^2 + n + 1};$$

c. – 7p

Conform figurii, pentru a se menține echilibrul forțelor trebuie ca proiecțiile acestora pe o dreaptă tangentă la traiectoria sondelor să fie egale:

$$F_S \cos \alpha = F_P \cos \beta$$

$$\frac{F_S}{F_P} = \frac{M_S}{M_P} = n;$$

$$F_S = \frac{kM_S m}{d_{SP}^2}; F_P = \frac{kM_P m}{d_{SP}^2};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{1}{n};$$

$$\alpha + \beta + 60^{\circ} = 180^{\circ};$$

$$\beta = 120^{\circ} - \alpha;$$

$$\cos \beta = \cos(120^{\circ} - \alpha) = \cos 120^{\circ} \cos \alpha + \sin 120^{\circ} \sin \alpha;$$

$$-\left(n + \frac{1}{2}\right) \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = 0;$$

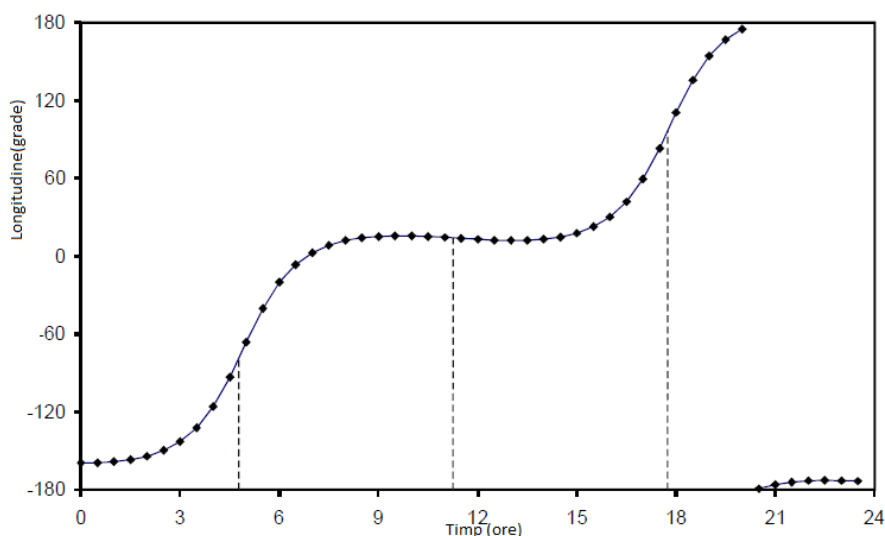
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \alpha = n + \frac{1}{2};$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{2n+1}{3} \sqrt{3};$$

$$\beta = 120^{\circ} - \operatorname{arctg} \frac{2n+1}{3} \sqrt{3}$$

C. – 20p

a. – 5p



b. – 8p

Fotografierea suprafeței planetei Marte la intervale de 30 minute. În primul rând, trebuie remarcat faptul că acest interval de timp este semnificativ mai mic decât perioada orbitală a stației orbitale. Într-adevăr, chiar dacă ignorăm existența atmosferei martiene, timpul minim de zbor în jurul planetei Marte este dat de formula:

$$T_M = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot R^3}{KM}} = 1,7 \text{ ore}$$

Datele din tabel pot fi analizate în mod direct dar pot fi reprezentate și grafic

Noi vedem că cele mai multe ori, longitudinea punctului de sub satelitul lui Marte se schimbă încet, dar în unele perioade începe să crească rapid.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană, a sectoarelor municipiului București,
a Olimpiadei de Astronomie și Astrofizică
2 martie 2019**

S2

Barem de evaluare și de notare

Pagina 5 din 6

De aici putem trage concluzia că stația este pe o orbită eliptică în aceeași direcție ca și rotația planetei Marte în jurul axei sale. Cea mai mare parte a timpului viteza unghiulară a stației este comparabilă cu viteza unghiulară a planetei Marte, și poate chiar ține pasul cu planeta, se deplasează odată cu suprafața sa spre vest.

Lângă periheliu viteza unghiulară ar crește semnificativ pentru satelit, iar el începe să depășească rotația axială a planetei Marte.

Conform datelor, putem a estima momentele de trecere la periheliu în timpul cărora creșterea în longitudine a avut loc rapid. Aceste momente corespund 4,75 h și 17,75 h. Din aceste date vom obține valoarea perioadei orbitale $T = 13,0$ ore.

Din legea a III-a lui Kepler se determină mărimea semiaxei mari a orbitei care este dată de formula:

$$a = \left(\frac{KMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 13300 \text{ km}$$

c. – 7p

Excentricitatea orbitei lui Marte, precum și cea mai mare respectiv cea mai mică distanță față de centrul planetei se poate găsi cel mai simplu dacă determinăm viteza unghiulară a stației la periastru și la apoastru.

Intervalele de timp corespunzătoare periastrului sunt (4,5-5,0 ore și 17,5-18,0 ore).

Vedem că longitudinea punctului de fotografiere are o variație de $27,5^\circ$, adică variația lui $\Delta\lambda_P$ este $55,0^\circ$ pe oră.

În prezent, apoastru corespunde pentru mijlocul intervalului, adică 11,25h.

Luând intervalul de (11,0-11,5 h), observăm că longitudinea este redusă cu $0,75^\circ$, se produce o variație $\Delta\lambda_A$ este de $-1,5^\circ$ pe oră.

Pentru a determina viteza unghiulară a ei, este necesar să se ia în considerare rotație axială pentru Marte cu perioada S (24,623 ore).

$$\omega_P = \frac{360^\circ}{S} + \Delta\lambda_P = 69,9 \text{ }^\circ/\text{h}$$

$$\omega_A = \frac{360^\circ}{S} + \Delta\lambda_A = 13,1 \text{ }^\circ/\text{h}$$

Din legea a II-a lui Kepler, obținem:

$$\frac{\omega_P}{\omega_A} = \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^2$$

Din această obținem:

$$\frac{1+e}{1-e} = 2,3 \quad \text{iar } e = -0,4$$

Distanța minimă de la stația orbitală la centrul planetei Marte este:

$$D_{MIN} = a(1-e) = 8 \text{ km}$$

Distanța maximă de la stația orbitală la centrul planetei Marte este:

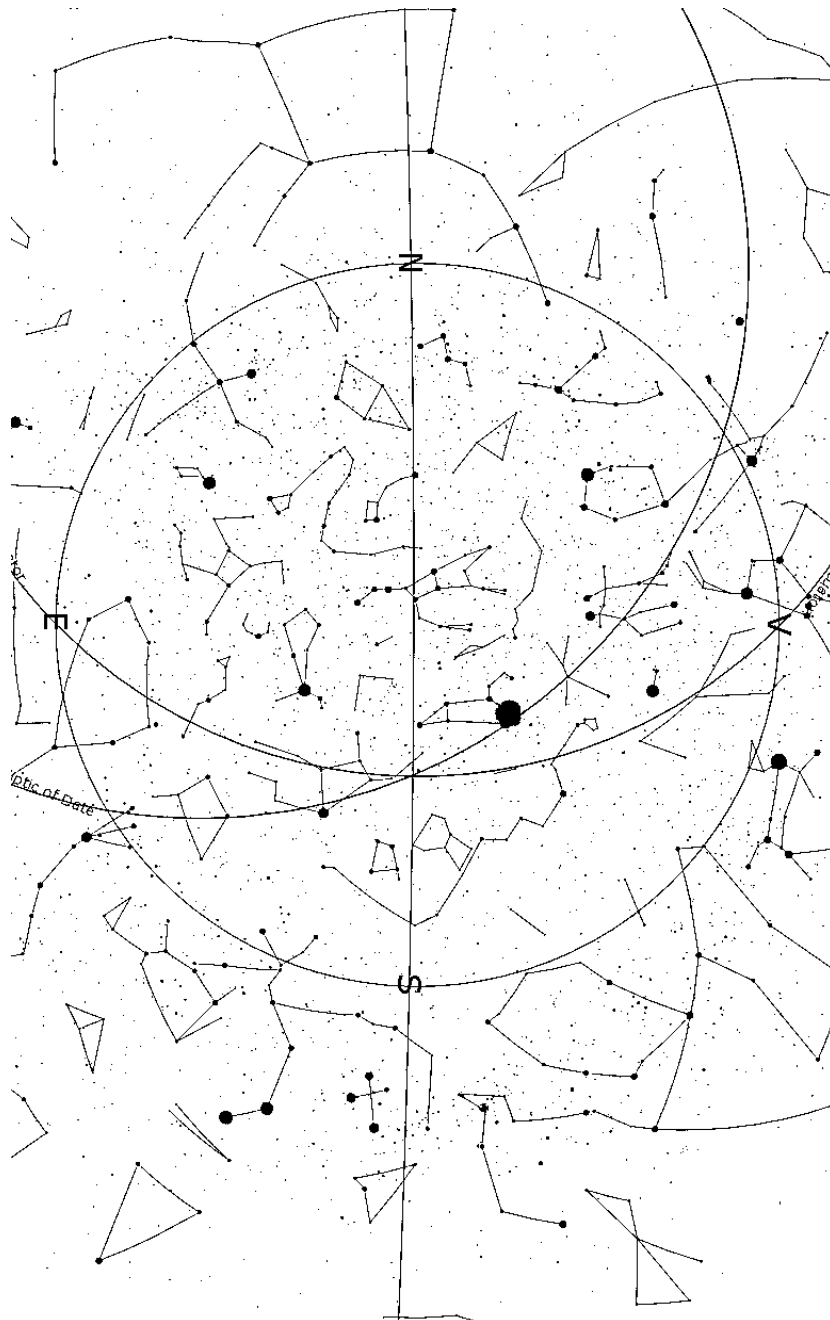
$$D_{MAX} = a(1+e) = 18,6 \text{ km}$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 6 din 6

Subiectul III – 25 puncte

1. Identificarea punctelor cardinale.....2p
2. Trasarea corectă și notarea corectă.....4p
3. $T_S \approx 12h$4p
4. β Aur ($\alpha = 6h$, $\delta = 45^\circ$); α Hya ($\alpha = 9h30m$, $\delta = -9^\circ \div -10^\circ$).....4p
5. Indicarea corectă a constelațiilor de la nord de ecuator.....4p
6. $T_l = 00:20 \div 00:30$4p
7. $\varphi = 45^\circ$3p



1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.