Olimpiada Națională de Astronomie și Astrofizică
Craiova 2016

S

Proba teoretică

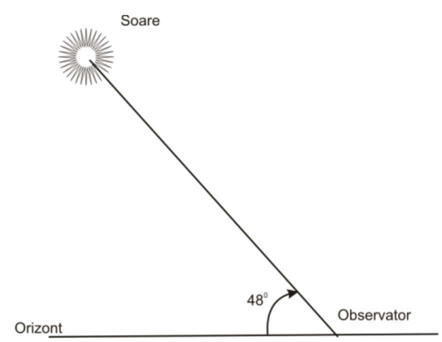
I. Probleme scurte

1. (2 puncte)

A. **(1 punct)** În anul 2016, de pe teritoriul României nu se va vedea nicio eclipsă de Soare, dar va fi observabilă:

a. O eclipsă totală de Lună;
b. O eclipsă de Lună prin penumbră;
c. O eclipsă parţială de Lună;
d. Nu se va vedea nicio eclipsă de Lună.

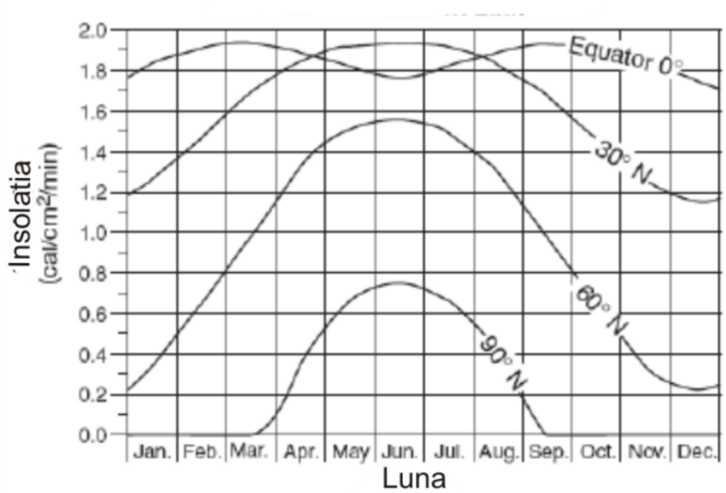
B. **(1 punct)** În figură este indicată altitudinea Soarelui la amiază în data de 21 martie pentru un observator aflat la 42^0 N. Comparativ cu aceasta, altitudinea Soarelui în data de 21 Iunie, la amiază, altitudinea soarelui va fi:



a. Cu 15° mai sus pe cer
b. Cu 23.5° mai sus pe cer
c. Cu 42° mai sus pe cer
d. Cu 48° mai sus pe cer

2. (2 puncte)

În graficul de mai jos este reprezentată insolația de-a lungul unui an, la diferite latitudini:



A. De ce insolația la ecuator este mai mică în Iunie decât în Martie sau Septembrie

a. Durata zilei la ecuator este mai cea mai mare în Iunie
b. Din cauza vântului care reduce insolația în Iunie
c. Razele Soarelui cad perpendiculare pe suprafața Pământului la nord de Ecuator în luna Iunie
d. Din cauza evaporării masive, razele Soarelui normale pe suprafața Pământului sunt absorbite

B. De ce insolația are valoarea zero din octombrie până în Februarie la latitudinea de 90^0:

a. Din cauza reflexiei pe suprafața zăpezii
b. Din cauza refracției atmosferice
c. Din cauza temperaturii scăzute bilanțul energetic este negativ

d. Soarele se află sub linia orizontului în perioada precizată

3. (2 puncte)

A. **(1 punct)** Doi aştri au în domeniul vizibil magnitudinile aparente de 3,0 şi 5,0. Din relaţia magnitudinii aparente, arataţi că între strălucirile E_2 şi E_1 există relaţia:

a. $E_1=5,319E_2$
b. $E_1=6,309E_2$
c. $E_1=6,816E_2$
d. $E_1=7,112E_2$

B. **(1 punct)** Există asteroizi cu orbite foarte excentrice care trec printre Marte şi Jupiter, dar pot intersecta şi orbitele planetelor Pământ, Venus sau Mercur. Unul dintre aceştia asteroizii cu orbita foarte largă ar putea fi:

a. Europa
b. Galatea
c. Eros
d. Hermes

4. (2 puncte)

A. **(1 punct)** Distanța până la Soare, atunci când Pământul este la periheliu este de aproximativ 147 milioane Km . Distanța până la Soare când Pământul se găsește la afeliu va fi:

a. Aproximativ de două ori mai mare – 300 milioane Km
b. Aproximativ de trei ori mai mare - 450 milioane Km
c. Puțin mai mare decât distanța la periheliu – 155 milioane Km
d. Exact egală cu distanța la periheliu – 147 milioane Km

B. **(1 punct)** Referitor la producerea eclipselor două afirmații pot fi făcute:
1. Eclipsele nu au loc la intervale de timp bine determinate, distribuite în mod egal de-a lungul unui an, însă se produc numai în anumite luni din an.
2. Unghiul dintre planul orbitei Lunii (în mișcarea față de Pământ) și planul orbitei Pământului (în mișcarea față de Soare) este de aproximativ 5 grade.

Alege varianta corectă de răspuns:

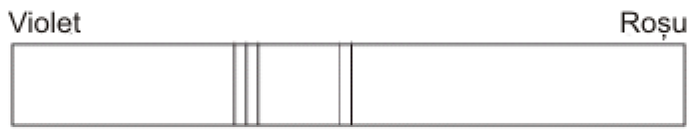
a. Afirmația 1. este corectă, dar afirmația 2. este falsă
b. Afirmația 1. este greșită, dar afirmația 2. este corectă
c. Ambele afirmații sunt corecte și afirmația 2. reprezintă cauza pentru care afirmația 1 este corectă
d. Ambele afirmații sunt corecte și afirmația 1. reprezintă cauza pentru care afirmația 2 este corectă

5. (2 puncte)

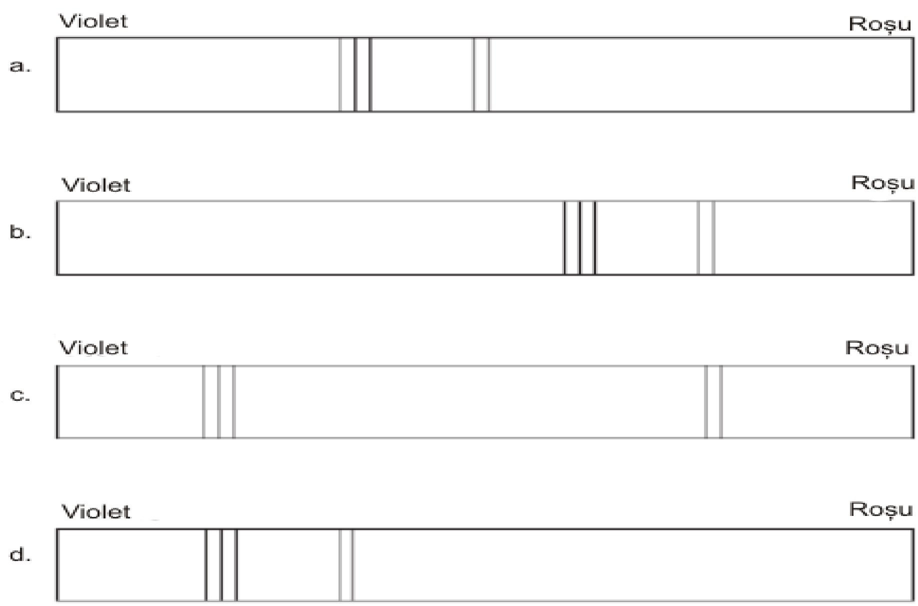
A. **(1 punct)** S-a estimat că steaua Algol are aproximativ aceeași luminozitate ca și steaua Aldebaran și are aproximativ aceeași temperatură ca și steaua Rigel. Clasificarea stelei Algol este:

a. Stea din secvența principală
b. Gigantă roșie
c. Pitică albă
d. Pitică roșie

B. **(1 punct)** În figură este reprezentat spectrul unei substanțe martor



Care spectru provine de la o stea care se depărtează de Pământ și care conține elementul martor.



GRILA DE RĂSPUNS PROBLEME SCURTE
(NU SEMNEZI FOAIA ŞI DUPĂ COMPLETARE O ATAŞEZI FOII DE CONCURS)
Marchează cu X celula corespunzătoare literei ce reprezintă răspunsul corect la itemul identificat în prima coloană. Dacă ai marcat greşit încercuieşte X şi pune X în celula dorită

	Răspuns				Nu completa în casetele de pe această coloană
Item	**a**	**b**	**c**	**d**	
1.A		X			
1.B		X			
2.A			X		
2.B				X	
3.A		X			
3.B				X	
4.A			X		
4.B			X		
5.A	X		X		A sau C corect
5.B		X			

II Probleme lungi

THS 1 (10 p) Nemesis. În jurul anului 1980 s-a emis ipoteza că Soarele are un companion, a cărui excentricitate este foarte mare şi deci este greu de depistat. Acest companion ar putea fi responsabil de perturbaţii produse în *norul lui Oort*, astfel încât să „arunce” corpuri spre Soare, care să devină apoi comete. Companionul a fost denumit *Nemesis*, ca o aluzie la posibila „stea a morţii”, care a determinat dispariţia dinozaurilor de pe Pământ, în urmă cu 65 milioane de ani. Pe orbita sa eliptică alungită, Nemesis are: la afeliu, $r_{\text{Apheliu}} = r_{\max} = 160000\ \text{UA}$; la periheliu, $r_{\text{Periheliu}} = r_{\min} = 0{,}5\ \text{UA}$.

Să se calculeze:

a) valoarea aproximativă a perioadei de revoluţie a lui Nemesis;

b) excentricitatea orbitei lui Nemesis;

c) parametrii *a* şi *b* ai elipsei lui Nemesis.

Se dau: $M_S = 1{,}991\cdot 10^{30}\ \text{kg}$; $K = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$; $K/4\pi = 0{,}531\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$.

Rezolvare:

a) Utilizând legea a treia a lui Kepler, în forma dedusă la rezolvarea problemei celor două corpuri, ştiind că Pământul şi Nemesis se deplasează pe orbite eliptice în raport cu Soarele, rezultă:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{K(m_1+m_2)};\ \frac{T_N^2}{a_N^3} = \frac{4\pi^2}{K(M_S+M_N)};$$

$$\frac{T_P^2}{a_P^3} = \frac{4\pi^2}{K(M_S+M_P)};$$ 1p

$$\frac{a_P^3}{T_P^2(M_S+M_P)} = \frac{K}{4\pi^2} = \frac{a_N^3}{T_N^2(M_S+M_N)};$$ 0,5 p

$$\frac{a_P^3}{T_P^2} = \frac{a_N^3}{T_N^2}\cdot\frac{M_S+M_P}{M_S+M_N};$$ 0,5 p

$$M_P << M_S;\ M_N << M_S;$$ 0,5 p

$$\frac{a_P^3}{T_P^2} \approx \frac{a_N^3}{T_N^2};$$ 0,5 p

$$a_N = \frac{r_{\min}+r_{\max}}{2} = 80000{,}25\ \text{UA}$$ 1 p

$$T_N = T_P \cdot \sqrt{\frac{a_N^3}{a_T^3}} = 1\,\text{an} \cdot \sqrt{\left(\frac{80000,25\ \text{UA}}{1\ \text{UA}}\right)^3} \approx 22,6 \cdot 10^6\ \text{ani}. \quad \boxed{1\ \text{p}}$$

b) Se știe că excentricitatea numerică a elipsei este:

$$e = \frac{r_{max} - r_{min}}{r_{max} + r_{min}} = \frac{\frac{r_{max}}{r_{min}} - 1}{\frac{r_{max}}{r_{min}} + 1}; \quad \boxed{2\ \text{p}}$$

$$\frac{r_{max}}{r_{min}} = \frac{160000\ \text{UA}}{0,5\ \text{UA}} = 320000;$$

$$e = \frac{320000 - 1}{320000 + 1} = 0,99999379 \quad \boxed{1\ \text{p}}$$

c) Se știe că:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad \boxed{1\ \text{p}}$$

$$b = a\sqrt{1 - e^2} = 282,85\,\text{UA} \quad \boxed{1\ \text{p}}$$

Nemesis se deplasează, cu aproximație, pe o linie dreaptă, dus și întors.

THS 2 (10p) Alpha Centauri În desenul din figura 1 este prezentată orbita (elipsa) aparentă a stelei Alpha Centauri B - αB, în jurul stelei Alpha Centauri A - αA, așa cum apare ea pentru un observator de pe Pământ. $N_a - N_d$ reprezintă proiecţia în planul cerului a liniei nodurilor, iar $A' - P'$ reprezintă proiecţia liniei apsidelor în planul cerului (A' – apoastru, P' – periastru), o unitate de pe grila din figură este echivalentă cu 1 arsecundă. Din măsurătorile efectuate pe desen :

$|A'P'| = d = 9,15\,\text{cm}$ $\lambda = 14^0$, tg $\lambda = 0,249$, cos $\lambda = 0,970$, sin $\lambda = 0,241$.

Determină:

a. **(3p)** Parametrii orbitei reale a stelei Alpha Centauri B - αB - semiaxa mare **a** şi semiaxa mică **b** exprimate în UA , excentricitatea **e** şi unghiul **i** dintre planul orbitei reale şi planul cerului.

b. **(1p)** anul în care steaua Alpha Centauri B va reveni în poziția corespunzătoare anului 2000.

c. Următoarele magnitudini aparente vizuale **(s-a acordat punctaj maxim pentru scrierea corectă a relațiilor literale)**

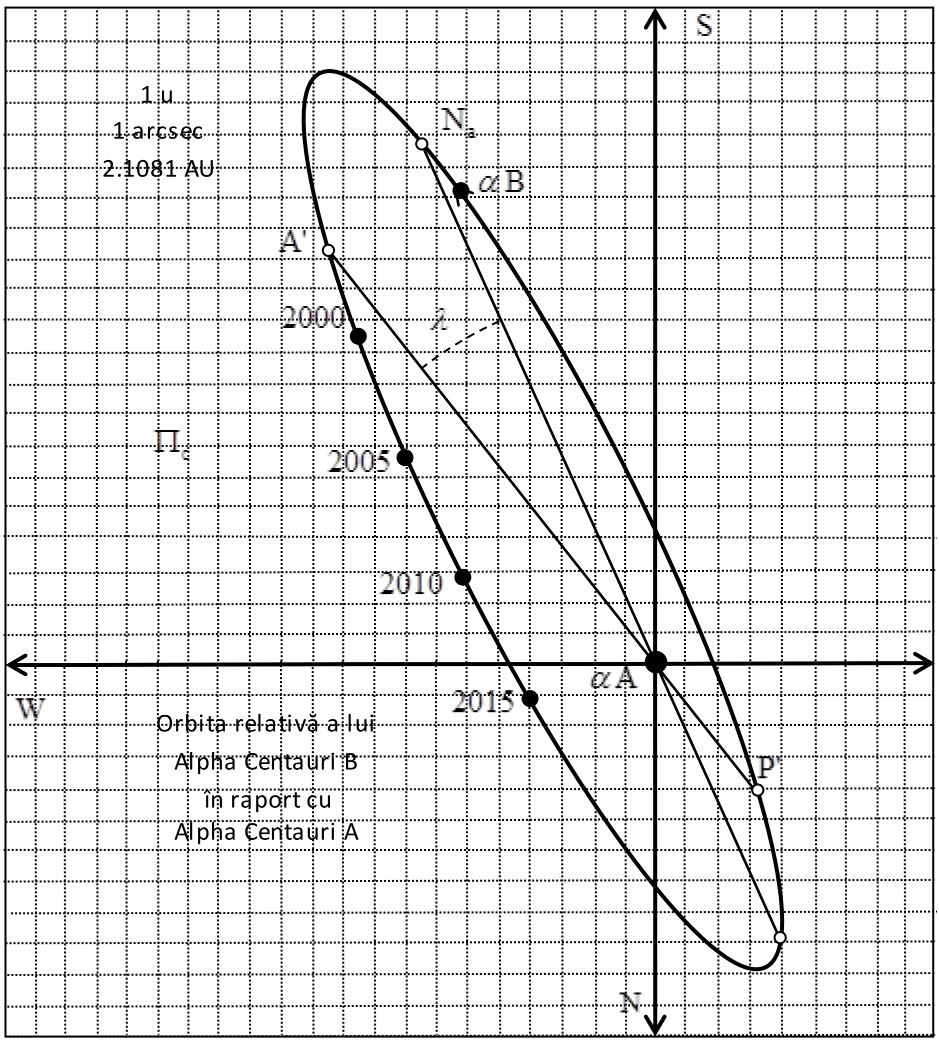
i. **(1p)** a stelei Alpha Centauri A văzută din apropierea stelei Alpha Centauri B;

ii. **(1p)** a stelei Alpha Centauri B văzută din apropierea stelei Alpha Centauri A;

d. **(1p) (s-a acordat punctaj maxim pentru scrierea corectă a relațiilor literale)** magnitudinea aparentă totală a sistemului Alpha Centauri AB, văzut de pe Pământ.

e. **(3 p)** În jurul fiecăreia dintre cele două stele ale sistemului stelar binar Alpha Centauri AB evoluează, în același plan, câte o planetă. Să se determine razele maxime posibile ale orbitelor circulare ale celor două planete.

Fig. 1



Rezolvarea

Corespunzător notațiilor din figura 3, se demonstrează existența următoarelor relații:

3p

1p

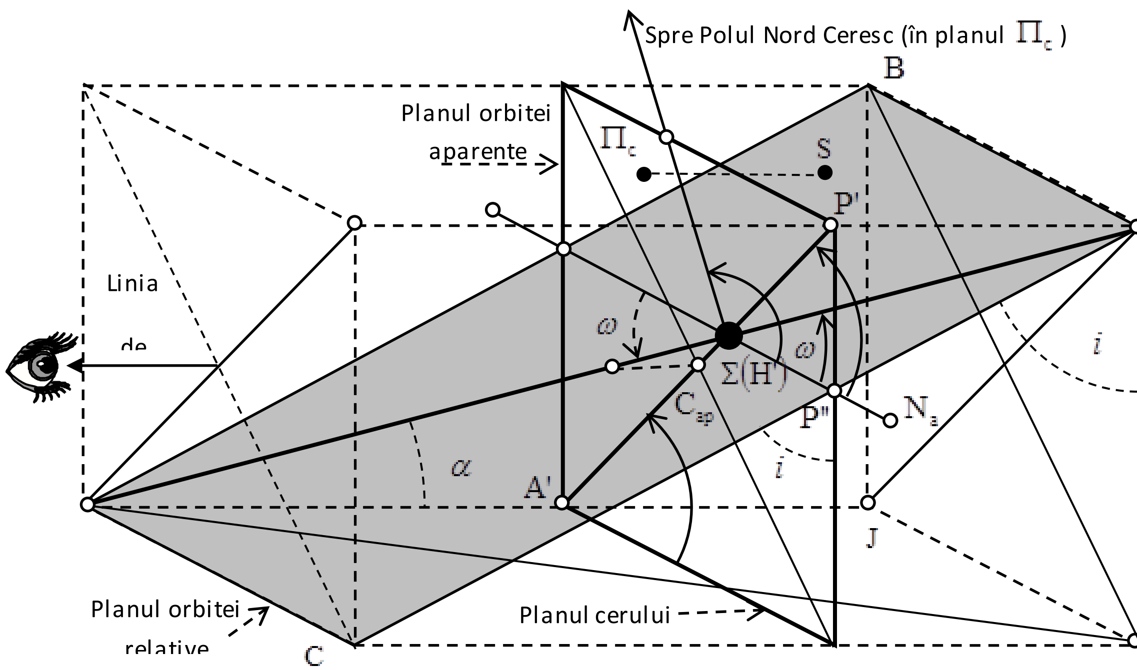


Fig. 3

$$\mathrm{AP} = 2a; \;\; \mathrm{A'P'} = d;$$
$$\cos\alpha = \sin\omega \cdot \sin i;$$
$$d = 2a \cdot \sin\alpha;$$
$$d = 2a \cdot \sqrt{1 - \cos^2\alpha};$$
$$d = 2a \cdot \sqrt{1 - \sin^2\omega \cdot \sin^2 i};$$
$$2a = \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2\omega \cdot \sin^2 i}};$$

$$\frac{A\Sigma}{P\Sigma}=\frac{r_{max}}{r_{min}}=\frac{A'\Sigma}{P'\Sigma}=k=\frac{1+e}{1-e};\ e=\frac{k-1}{k+1};\ \cos i=\sqrt{1-e^2};$$

$$b=a\sqrt{1-e^2};$$

$$\tan\omega=\frac{\tan\lambda}{\cos i};$$

$$2a=d\frac{\cos\lambda}{\cos\omega};\ 2a=\frac{d}{\cos i}\sqrt{\frac{\cos^2 i+\tan^2\lambda}{1+\tan^2\lambda}};$$

$$\cos i-\text{se demonstrează};\ \cos i=\sqrt{1-e^2};$$

$$2a-\text{se calculează}.$$

Corespunzător notațiilor din figura 2, rezultă:

$$k=\frac{A'A_\alpha}{P'A_\alpha}=\frac{7\ \text{cm}}{2.3\ \text{cm}}=3.043;\ e=\frac{k-1}{k+1}=0.505;$$

$$\cos i=\sqrt{1-e^2}=0.863;\ \sin i=0.5;\ i=30^0;$$

$$\tan\omega=\frac{\tan\lambda}{\cos i}=\frac{0.249}{0.863}=0.286;\ \cos\omega=0.961;\ \sin\omega=0.275;$$

$$2a=d\frac{\cos\lambda}{\cos\omega}=9.15\ \text{cm}\cdot\frac{0.970}{0.961}=9.23\ \text{cm};$$

$$2a=\frac{d}{\sqrt{1-\sin^2\omega\cdot\sin^2 i}}=\frac{9.15\ \text{cm}}{\sqrt{1-(0.275\cdot0.518)^2}}=9.25\ \text{cm};$$

$$2a=\frac{d}{\cos i}\sqrt{\frac{\cos^2 i+\tan^2\lambda}{1+\tan^2\lambda}}=\frac{9.15\ \text{cm}}{0.855}\sqrt{\frac{(0.855)^2+(0.249)^2}{1+(0.249)^2}}=9.24\ \text{cm};$$

$$2a=\frac{9.23\ \text{cm}+9.25\ \text{cm}+9.24\ \text{cm}}{3}=9.24\ \text{cm};\ a=4.62\ \text{cm};$$

$$b=a\sqrt{1-e^2}=3.95\ \text{cm};\ c=\sqrt{a^2-b^2}=2.39\ \text{cm};$$

$$1\ \text{u}=2.1081\ \text{AU};\ 1\ \text{cm}=2.4\ \text{u};$$

$$2a=9.24\ \text{cm}=22.176\ \text{u}=46.7492\ \text{AU};$$

$$a=23.3746\ \text{AU};$$

$$b=3.95\ \text{cm}=9.48\ \text{u}=19.9847\ \text{AU};$$

$$c=2.39\ \text{cm}=5.736\ \text{u}=12.0920\ \text{AU};$$

$$r_{min}=a(1-e)=11.5704\ \text{AU};\ r_{max}=a(1+e)=35.1787\ \text{AU}.$$

În aceste condiții, orbita (elipsa) reală a stelei Alpha Centauri B în jurul stelei Alpha Centauri A este reprezentată în desenele din figurile 4, 5 și 6.

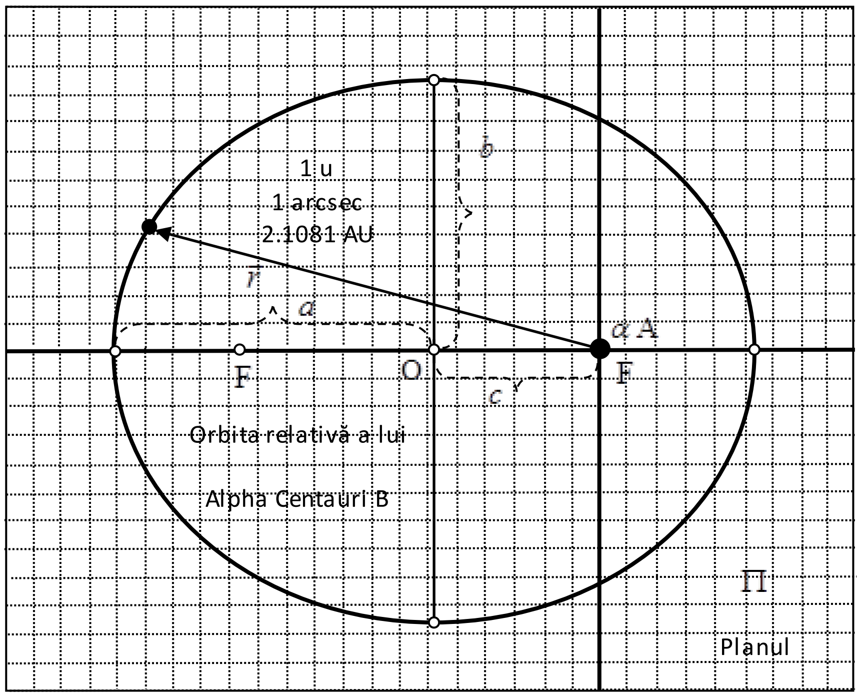
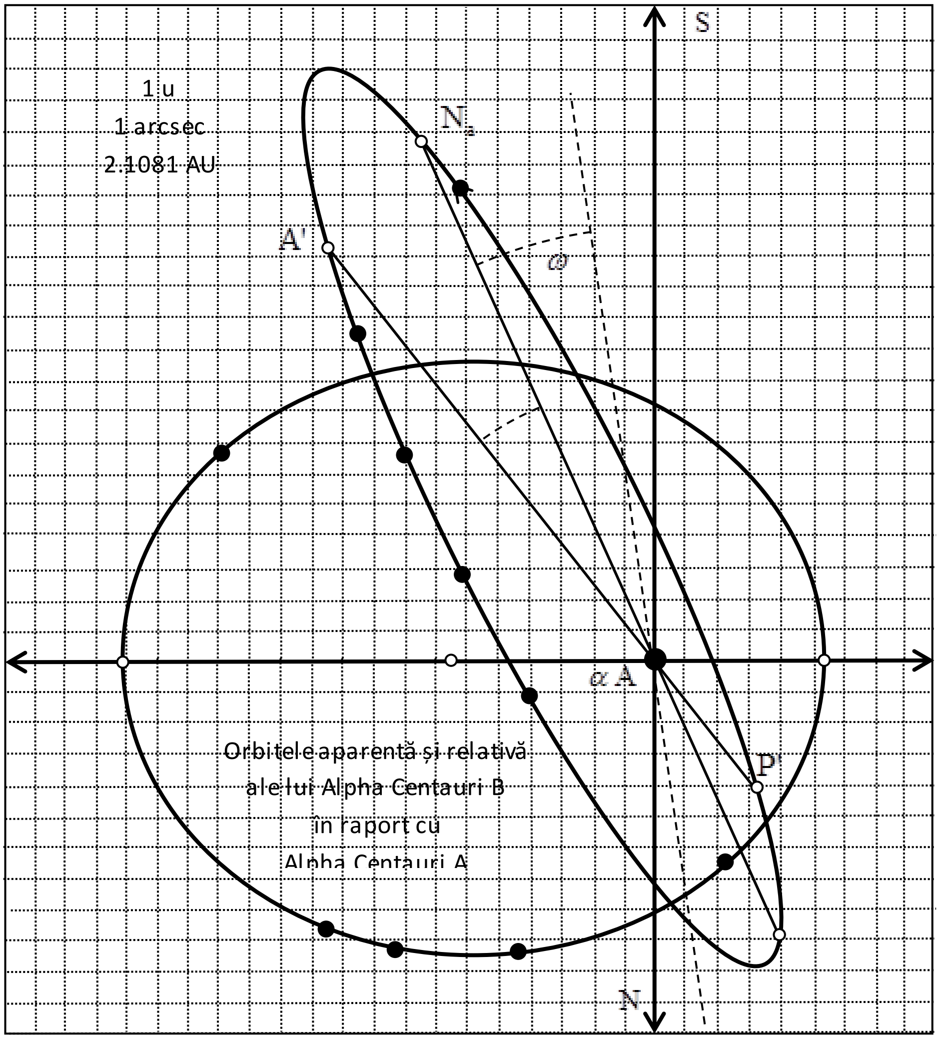


Fig. 4



S
1 u
1 arcsec
2.1081 AU
Na
A'
ω
α A
P'
N
Orbitele aparentă și relativă
ale lui Alpha Centauri B
în raport cu
Alpha Centauri A

Fig. 5

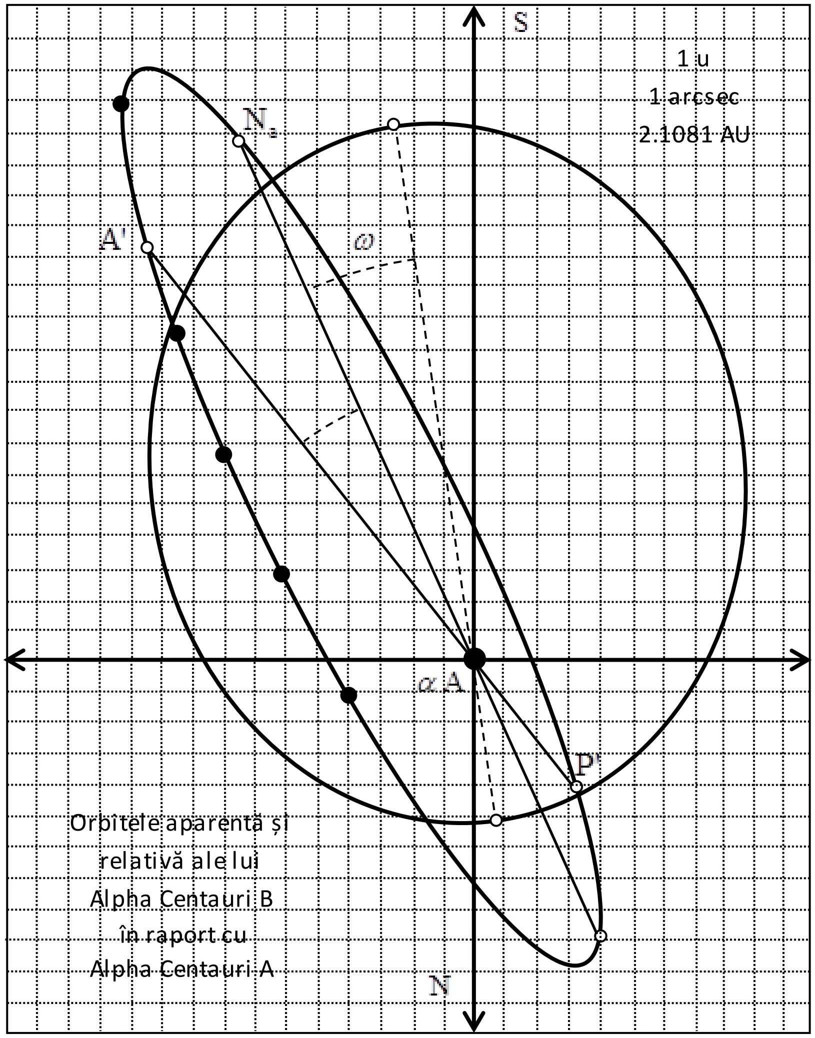


Fig. 6

$$\frac{\left|T_{(\text{ani})}\right|^2 \cdot \left|\left(M_{\text{A}} + M_{\text{B}}\right)_{(M_{\text{S}})}\right|}{\left|a_{(\text{AU})}\right|^3} = 1;$$

$$\left|T_{(\text{ani})}\right| = \sqrt{\frac{\left|a_{(\text{ani})}\right|^3}{\left|\left(M_{\text{A}} + M_{\text{B}}\right)_{(M_{\text{S}})}\right|}} = \sqrt{\frac{12771.2252}{1.94}} = 81.1363 \approx 80;$$

$$T \approx 80 \text{ ani},$$

reprezentând perioada rotației stelei Alpha Centauri B în jurul stelei Alpha Centauri A;

$$\Delta t_{2015\text{-}2000} = T - \Delta t_{2000\text{-}2015} = 80 \text{ ani} - 15 \text{ ani} = 65 \text{ ani},$$

ceea ce presupune că steaua Alpha Centauri B va reveni în poziția corespunzătoare anului 2000, în anul 2080.

b) În acord cu formula lui Pogson, rezultă:

$$\log \frac{F_{\mathrm{A-B}}}{F_{\mathrm{A-Earth}}} = -0.4\left(m_{\mathrm{A-B}} - m_{\mathrm{A-Earth}}\right);$$

$$\log \frac{\dfrac{L_{\mathrm{A}}}{4\pi d^2_{\mathrm{A-B}}}}{\dfrac{L_{\mathrm{A}}}{4\pi d^2_{\mathrm{A-Earth}}}} = -0.4\left(m_{\mathrm{A-B}} - m_{\mathrm{A-Earth}}\right);$$

$$2 \cdot \log \frac{d_{\mathrm{A-Earth}}}{d_{\mathrm{A-B}}} = -0.4\left(m_{\mathrm{A-B}} - m_{\mathrm{A-Earth}}\right);$$

reprezentând magnitudinea aparentă vizuală a lui Alpha Centauri A, văzută de un observator aflat în apropierea lui Alpha Centauri B;

$$\log \frac{F_{\mathrm{B-A}}}{F_{\mathrm{B-Earth}}} = -0.4\left(m_{\mathrm{B-A}} - m_{\mathrm{B-Earth}}\right);$$

$$\log \frac{\dfrac{L_{\mathrm{B}}}{4\pi d^2_{\mathrm{A-B}}}}{\dfrac{L_{\mathrm{B}}}{4\pi d^2_{\mathrm{B-Earth}}}} = -0.4\left(m_{\mathrm{B-A}} - m_{\mathrm{B-Earth}}\right);$$

$$2 \cdot \log \frac{d_{\mathrm{B-Earth}}}{d_{\mathrm{A-B}}} = -0.4\left(m_{\mathrm{B-A}} - m_{\mathrm{B-Earth}}\right);$$

reprezentând magnitudinea aparentă vizuală a lui Alpha Centauri B, văzută de un observator aflat în apropierea lui Alpha Centauri A.

Dacă valoarea zero a magnitudinii aparente a fost dată prin convenție magnitudinii stelei Vega, $m_{\mathrm{Vega}} = m_0 = 0$, iluminarea sa fiind $E_{\mathrm{Vega}} = E_0$, atunci, corespunzător formulei lui Pogson, iluminările celor două componente ale sistemului Alpha Centauri AB, sunt:

$$E_{\mathrm{A}} = E_1 = E_0 \cdot 10^{-0.4 m_1}; \; E_{\mathrm{B}} = E_2 = E_0 \cdot 10^{-0.4 m_2}.$$

În aceste condiții, asimilând cele două componente, A și B, cu un singur obiect cosmic, AB, iluminarea sa trebuie să fie:

$$E_{\mathrm{AB}} = E_0 \cdot 10^{-0.4 m},$$

unde $m -$ magnitudinea echivalentă a sistemului Alpha Centauri AB;

$$E_{\mathrm{AB}} = E_{\mathrm{A}} + E_{\mathrm{B}};$$

$$E_0 \cdot 10^{-0.4 m} = E_0 \cdot 10^{-0.4 m_1} + E_0 \cdot 10^{-0.4 m_2}.$$

Rezultă:

$$10^{-0.4m} = 10^{-0.4m_1} + 10^{-0.4m_2};$$

$$\log 10^{-0,4m} = \log\left(10^{-0.4m_1} + 10^{-0.4m_2}\right);$$

$$-0.4m = \log\left(10^{-0.4m_1}\left(1 + \frac{10^{-0.4m_2}}{10^{-0.4m_1}}\right)\right);$$

$$-0.4m = \log 10^{-0.4m_1} + \log\left(1 + 10^{0.4(m_1 - m_2)}\right);$$

$$-0.4m = -0.4m_1 + \log\left(1 + 10^{0.4(m_1 - m_2)}\right);$$

$$m = m_1 - 2.5 \cdot \log\left(1 + 10^{0.4(m_1 - m_2)}\right),$$

reprezentând magnitudinea aparentă a sistemului Alpha Centauri AB, văzut de pe Pământ;

c) Momentul trecerii stelei Alpha Centauri B prin Periastrul orbitei (elipsei) sale în jurul stelei Alpha Centauri A, atunci când distanța dintre centrele acestora este minimă, $r_{\min} = 11.5704\,\text{AU}$, este echivalent cu situația reprezentată în desenul din figura 7, unde elementele sistemului stelar Alpha Centauri AB se deplasează pe orbite circulare în jurul centrului lor de masă, CM.

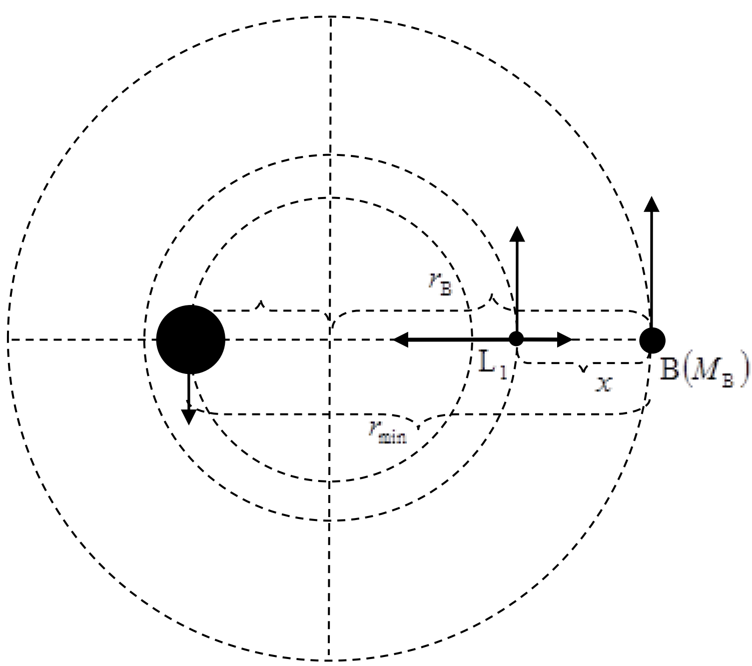


Fig. 7

Vom stabili poziția punctului Lagrange intern L_1 al sistemului Alpha Centauri AB, corespunzător momentului când steaua Alpha Centauri B trece prin Periastru.

Pentru aceasta analizăm echilibrul dinamic al unui corp cu masa m, plasat în punctul L_1, între stelele Alpha Centauri A și B, considerând că acestea se deplasează pe orbite circulare concentrice în jurul centrului de masă.

Rezultă:

$$r_A M_A = r_B M_B;\ r_A + r_B = r_{min};$$

$$r_A = r_{min}\frac{M_B}{M_A + M_B};\ r_B = r_{min}\frac{M_A}{M_A + M_B};$$

$$K\frac{M_A M_B}{r_{min}^2} = M_A \omega^2 r_A = M_B \omega^2 r_B;$$

$$\omega = \sqrt{K\frac{M_A + M_B}{r_{min}^3}};$$

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = m\vec{a}_{cp};$$

$$F_A - F_B = m\omega^2 (r_B - x) = mK\frac{M_A + M_B}{r_{min}^3}(r_B - x);$$

$$K\frac{mM_A}{(r_{min} - x)^2} - K\frac{mM_B}{x^2} = mK\frac{M_A + M_B}{r_{min}^3}(r_B - x);$$

$$\frac{M_A}{(r_{min} - x)^2} - \frac{M_B}{x^2} = \frac{M_A + M_B}{r_{min}^3}(r_B - x);$$

$$\frac{1}{(r_{min} - x)^2} = \frac{1}{r_{min}^2}\left(1 - \frac{x}{r_{min}}\right)^{-2} \approx \frac{1}{r_{min}^2}\left(1 + \frac{2x}{r_{min}}\right);$$

$$(r_B - x) = r_B\left(1 - \frac{x}{r_B}\right) = r_{min}\frac{M_A}{M_A + M_B}\left(1 - \frac{x(M_A + M_B)}{r_{min} M_A}\right);$$

$$\frac{M_A}{r_{min}^2}\left(1 + \frac{2x}{r_{min}}\right) - \frac{M_B}{x^2} = \frac{M_A + M_B}{r_{min}^3} r_{min}\frac{M_A}{M_A + M_B}\left(1 - \frac{x(M_A + M_M)}{r_{min} M_A}\right);$$

$$\frac{M_A}{r_{min}^2}\left(1 + \frac{2x}{r_{min}}\right) - \frac{M_B}{x^2} = \frac{M_A}{r_{min}^2}\left(1 - \frac{x(M_A + M_B)}{r_{min} M_A}\right);$$

$$x = r_{min} \cdot \sqrt[3]{\frac{M_B}{3M_A + M_B}};$$

În aceste condiții, razele orbitelor circulare ale celor două planete care ar putea evolua în jurul fiecăreia dintre cele două stele trebuie să fie:

$$r_A < y;$$

$$r_B < x;$$