<table>
<tr><th>Subiect</th><th>Parţial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>Subiect I - Probleme scurte</td><td></td><td>10p</td></tr>
<tr><td>

Problema 1
Rezolvare

A. $S_{planeta} = 4\pi R^2{}_{planeta}$

$$R_{planeta} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

$$R_{planeta} = 137{,}50\ Km$$

Acceleraţia gravitaţională la suprafaţa planetei

$$g_{planeta} = k\frac{M_{planeta}}{R^2{}_{planeta}}$$

Acceleraţia gravitaţională la nivelul suprafaţei Pământului:

$$g_o = k\frac{M_{pamant}}{R^2{}_P}$$

$$\frac{g_{planeta}}{g_0} = \frac{M_{planeta}}{M_P}\left(\frac{R_P}{R_{planeta}}\right)^2$$

Deoarece Pământul şi planeta au aceeaşi densitate raportul maselor va fi egal cu puterea a treia a raportului razelor

$$\frac{g_{planeta}}{g_0} = \left(\frac{R_{planeta}}{R_P}\right)^3\left(\frac{R_p}{R_{planeta}}\right)^2 = \frac{R_{planeta}}{R_P}$$

$$g_{planeta} = g_0\frac{R_{planeta}}{R_P}$$

$$g_{planeta} = 0{,}21\ \frac{m}{s^2}$$

B. Traiectoria este un cerc, deci:
- Forţa cu care este atrasă planeta trebuie să fie forţă centripetă:

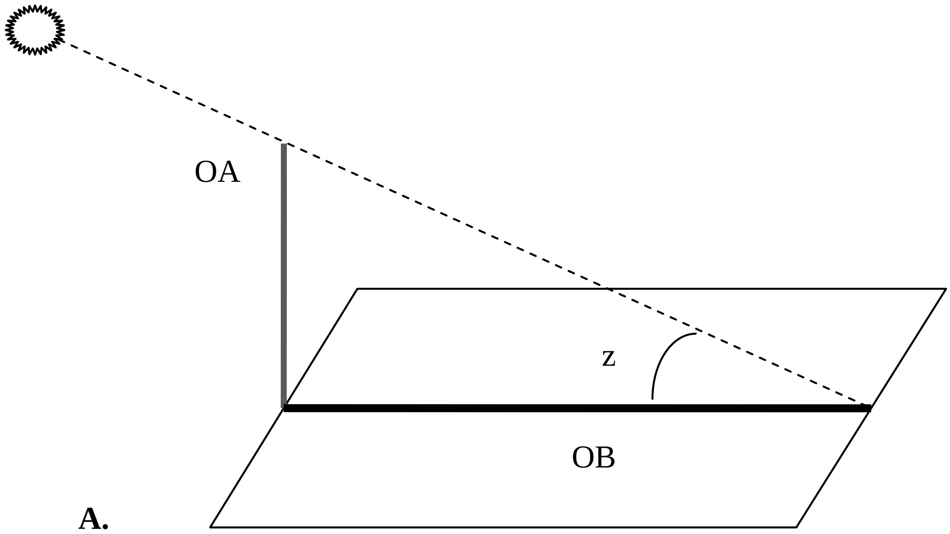
$$F = k\frac{M_{planeta}\cdot M_\Theta}{r^2} \text{ şi } F = \frac{\mathrm{v}_0{}^2 M_{planeta}}{r}$$

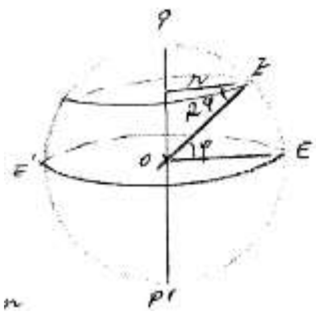
$$k\frac{M_{planeta}\cdot M_\Theta}{r^2} = \frac{\mathrm{v}_0{}^2 M_{planeta}}{r}$$

$$\mathrm{v}_0{}^2 = k\frac{M_\Theta}{r}\ (1)$$

</td><td>1p</td><td></td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td>$v_0 = 2986\ \frac{m}{s} \qquad T^2 = a^3 \Rightarrow T \approx 1000\ ani$</td><td>1p</td><td></td></tr>
<tr><td>Problema 2
Rezolvare


A.
$tgz = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{1,12} = 0,893 \Rightarrow z = 41^0,7$
$\varphi = z + \delta \Rightarrow \delta = \varphi - z = 45^0 38' - 41^0 42' = 3^0 56'$
B.


$r = R\cos\varphi$
$l = 2\pi R\cos\varphi \frac{n^0}{360^0}$
$n^0 = 2^0 41' 24'' = 9684''$
$l = \frac{2\pi \cdot 6400 \cdot \cos(45^0 38') \cdot 9684''}{360 \cdot 3600''} = 226,5\ km$</td><td>1p

1p</td><td></td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 3

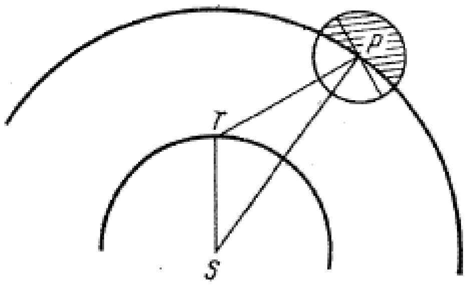
Rezolvare

A.

$$\frac{TS}{\sin p}=\frac{SP}{\sin T}\Rightarrow \sin p=\frac{TS}{SP}\cdot\sin T;$$

Valoarea maximă a unghiului se obţine numai în cuadratură, T=90^0, adică:

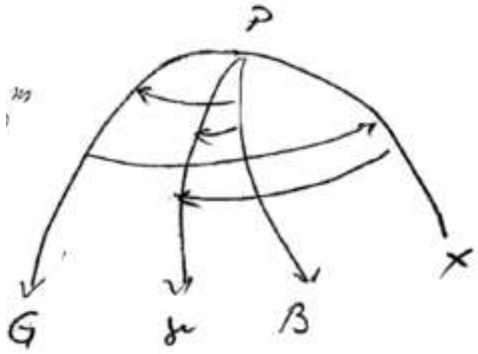
$(p_{Marte})_{\max} \approx 41^0$



1p

B.

$$\prec BPG=1^h44^m23^s$$
$$\prec BP\gamma=2^h30^m$$
$$\prec XP\gamma=8^h45^m$$



$$\prec XPB=\prec XP\gamma-\prec BP\gamma=8^h45^m-2^h30^m=6^h15^m$$

Longitudinea estică a localităţii este

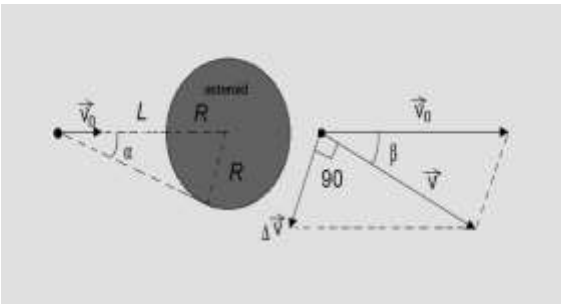
$$\prec XPG=\prec XPB+\prec BPG=6^h15^m+1^h44^m23^s=7^h59^m23^s\quad E$$

1p

Problema 4

Rezolvare

A. Pentru evitarea coliziunii pilotul trebuie să îndrepte naveta într-o direcţie care să evite contactul cu asteroidul, conform figurii:



$R+L$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

iar orientarea optimă a corecţiei Δv, la o valoare dată a lui Δv, adică orientarea care face ca direcţia vectorului viteză finală, v, să fie maxim deviată faţă de direcţia vectorului viteză iniţială, v_0. Devierea navetei trebuie să se facă cu: $\sin\beta = \frac{\Delta v}{v_0}$ La limită $\alpha = \beta$ $\sin\alpha = \frac{\Delta v}{v_0}$ Condiţia de mai sus îi impune cosmonautului-pilot respectarea relaţiei: $\Delta v = \frac{R \cdot v_0}{R+L}$	**1p**	
B. Condiţia este ca viteza finală v să fie prima viteză cosmică pentru asteroid. Se calculează acceleraţia gravitaţională la suprafaţa asteroidului : $\frac{g_{asteroid}}{g_0} = \frac{R_{asteroid}}{R_P}$ $v = \sqrt{2g_{asteroid}R_{asteroid}} = \sqrt{\frac{2g_0}{R_P}}R_{asteroid}$ $v_0 = v\cos\alpha$ $v_0 = \sqrt{\frac{2g_0}{R_p}}R_{asteroid}\sqrt{1-\left(\frac{R}{R+L}\right)^2}$	**1p**	
Problema 5 **Rezolvare** **A.** $\theta('') = 206265\frac{D}{d}$ $\frac{\theta_\odot}{\theta_L} = \frac{206265\frac{D_\odot}{d_\odot}}{206265\frac{D_L}{d_L}}$ $\frac{d_\odot}{d_L} = \frac{1400000km}{3500km} = 400$	**1p**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

B.

$$p_1 = \frac{R}{D}\sin z_1$$

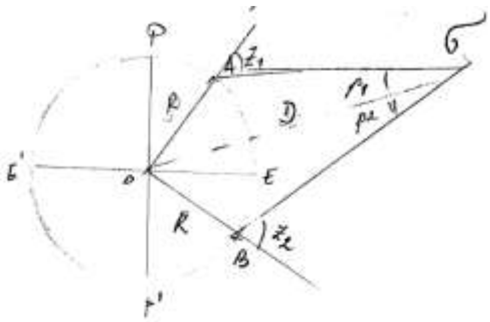
$$p_2 = \frac{R}{D}\sin z_2$$

$$P = p_1 + p_2 = \frac{R}{D}(\sin z_1 + \sin z_2)$$

$$D = \frac{R}{P}(\sin z_1 + \sin z_2)$$

Înlocuind cu datele numerice (cu P exprimat în radiani: P=70x60:206265=0,0203), obținem

$D = 59{,}726R$

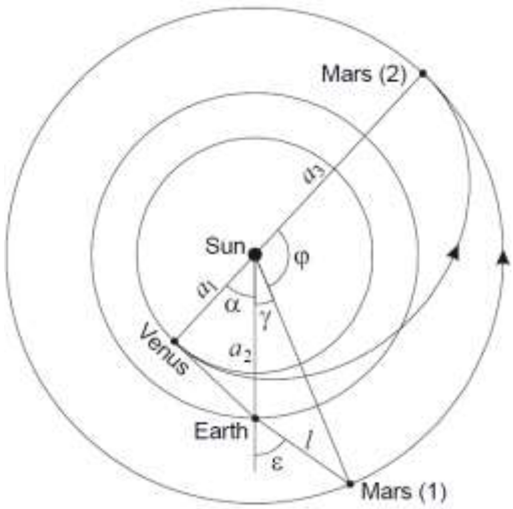


1p

TOTAL SUBIECTUL I		**10 p**

Subiect II

Rezolvare



1p desen

a) Figura prezintă pozițiile lui Venus și a Pământului, în seara de Anul Nou, când nava a fost lansată de pe Venus.
Din moment ce Venus se vede de pe Pământ la elongație estică maximă, distanța Venus-Pământ va fi tangentă la orbita lui Venus.

.

$$\cos\alpha = \frac{a_1}{a_2} \Rightarrow \alpha = \arccos\frac{a_1}{a_2}$$

$\alpha = 43^0,7$ unde α este unghiul heliocentric între direcția la Venus și a Pământului	**1p**	
Punctul de pe orbita lui Marte, în care va ajunge planeta, este situată în direcția opusă direcției la Venus. Pentru a găsi poziția curentă a lui Marte, vom calcula durata zborului navetei. $a = \dfrac{a_1 + a_3}{2} = 1{,}124\,UA$ unde a este semiaxa mare a orbitei navetei.	**1p**	
Durata zborului Δt este jumătatea perioadei sale orbitale. $T^2 = a^3 \Rightarrow T = 1{,}19\ ani$ $\Delta t = \dfrac{T}{2} = 0{,}595\,ani \approx 217\ zile$	**1p**	
a) Δt.........................φ T_M.........................360^0 $\varphi = 360^0 \cdot \dfrac{\Delta t}{T_M} \Rightarrow \varphi = 360^0 \cdot \dfrac{\Delta t}{(a_3)^{3/2}}$ $\varphi = 113^0,9$	**1p**	
În momentul de lansare, unghiul heliocentric dintre direcția lui Marte și a Pământului era: $\gamma = 180^0 - \alpha - \varphi = 22^0,4$	**1p**	
Distanța dintre Pământ și Marte a fost egală cu $l = \sqrt{a_2^2 + a_3^2 - 2a_2 a_3 \cos\gamma} = 0{,}71\,UA$	**1p**	
b) Unghiul geocentric ε dintre direcția lui Marte și direcția Soarelui, poate fi găsit astfel: $\dfrac{a_3}{\sin\varepsilon} = \dfrac{l}{\sin\gamma} \Rightarrow \varepsilon = \arcsin\left(\dfrac{a_3}{l}\sin\gamma\right) \Rightarrow \varepsilon = 54^0,9$	**1,5p**	
În noaptea de Anul Nou Marte a fost situat la aproximativ 55 ° spre est din punctul opus Soarelui (punct antisolar), care a fost în partea de vest a constelației Gemini. Astfel, Marte a fost în partea de vest a constelației Leo, aproape de Regulus, care este o stea stralucitoare.	**1,5p**	
TOTAL SUBIECTUL II		**10 p**
Subiect III Pentru afla constanta *k* folosim legea lui Pogson scrisă sub forma: $\dfrac{E}{E_0} = 10^{-0,4(m-m_0)}$,	**2p**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

unde E si E_0 sunt strălucirile stelelor, iar m și m_0 sunt magnitudinile corespunzătoare, precum și relația dintre strălucire și timpul scurs de când s-a atins maximul strălucirii stelei: $E = E_0 \cdot 10^{-t/k}$ La 1 noiembrie 1932 magnitudinea era m_0 = -6 La 1 martie 1934 au trecut 16 luni, steaua nemaifiind vizibilă cu ochiul liber, magnitudinea ei este: m= +6. Deci: $\frac{E}{E_0} = 10^{-0,4(6-(-6))}$; (1)	1p	
Diferența de magnitudine corespunzatoare intervalului de timp este de 12^m clase de magnitudine. Atunci: $E = E_0 \cdot 10^{-16/k}$; (2) Din (1) și (2) rezultă $k = \frac{10}{3}$ luni	2p	
Magnitudinea limită a unui instrument cu diametrul obiectivului D = 200 mm se calculează cu ajutorul formulei: $m_{\text{limita}} = 7{,}5^m + 5^m \cdot \log\|D\|$, unde $\|D\|$ este diametrul D al obiectivului exprimat în centimetri.	1p	
Astfel, cu ajutorul unui telescop cu diametrul obiectivului D = 20 cm, supernova ar mai fi putut fi observată până când magnitudinea ei ajunge egală cu 14^m. Folosind formula $E = E_0 \cdot 10^{-t/k}$ și $\frac{E}{E_0} = 10^{-0,4\cdot(14-(-6))}$, $\frac{E}{E_0} = 10^{-8}$	1p	
rezultă $-\frac{t}{k} = -8$, $t = \frac{80}{3} \approx 26{,}66$ *luni*	2p	
Din momentul strălucirii maxime și până în momentul în care a mai putut fi zărită cu telescopul au trecut 26,66 luni , adică doi ani și 2, 66 luni, adică până spre sfârşitul lunii ianuarie 1935 (aproximativ 20 ianuarie 1935).	1p	
TOTAL SUBIECTUL III		**10 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.