

ONAA 2014
SENIORI
Analiza Datelor - BARAJ

Problema 1

a)

$$c = \frac{r_{\text{Saltis-Soare}}}{\Delta t_{\text{Opozitie}}};$$

$$c = \frac{10^9 \text{ seter}}{6,22 \text{ pinit}} = \frac{10}{6,22} \cdot 10^8 \frac{\text{seter}}{\text{pinit}} \approx 1,60 \cdot 10^8 \frac{\text{seter}}{\text{pinit}};$$

$$c = (1,60 \pm 0,03) \cdot 10^8 \frac{\text{seter}}{\text{pinit}}, \dots\dots\dots 3\text{p}$$

reprezentând viteza luminii, determinată de Celesta, exprimată în seter/pinit.

b) Utilizând desenele din figurile alăturate, rezultă:

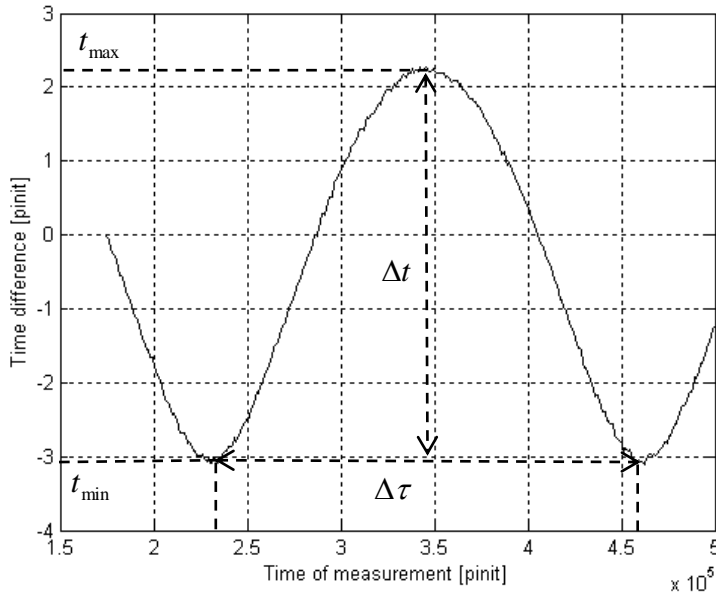


Fig.

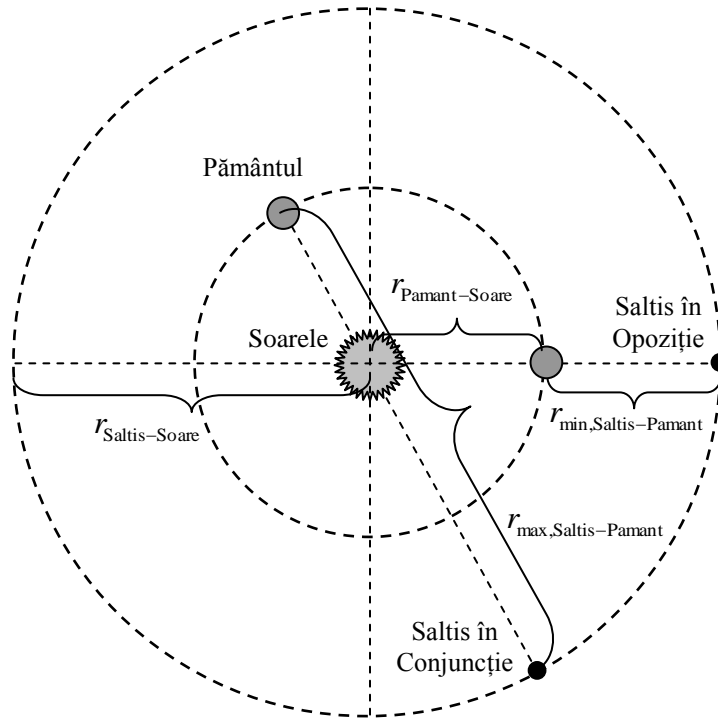


Fig.

$$\Delta t = t_{\max} - t_{\min} \approx 5,3 \text{ pinit};$$

$$r_{\max,\text{Saltis-Pamant}} - r_{\min,\text{Saltis-Pamant}} = 2 \cdot r_{\text{Pamant-Soare}};$$

$$c = 1,60 \cdot 10^8 \frac{\text{seter}}{\text{pinit}};$$

$$\Delta t \cdot c = 5,3 \text{ pinit} \cdot 1,6 \cdot 10^8 \frac{\text{seter}}{\text{pinit}} \approx 8,5 \cdot 10^8 \text{ seter};$$

$$r_{\text{Pamant-Soare}} = \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot c = 4,25 \cdot 10^8 \text{ seter} = 1 \text{ UA}. \dots\dots\dots 2\text{p}$$

c)

$$1 \text{ seter} = 352 \text{ m}; \quad 1 \text{ pinit} \approx 188 \text{ s} \dots\dots\dots 2\text{p}$$

d)

$$T_{\text{sideral,Saltis}} = T_{\text{sideral,Pamant}} \cdot \left(\frac{a_{\text{Saltis}}}{a_{\text{Pamant}}} \right)^{3/2} = 1 \text{ an} \cdot \left(\frac{10^9 \cdot 352 \text{ m}}{149 \cdot 10^9 \text{ m}} \right)^{3/2};$$

$$T_{\text{sideral,Saltis}} = 1 \text{ an} \cdot \left(\frac{352}{149} \right)^{3/2} = (2,36)^{3/2} \text{ ani} \approx 3,6 \text{ ani} \dots\dots\dots 3\text{p}$$

Problema 2

Rezolvare

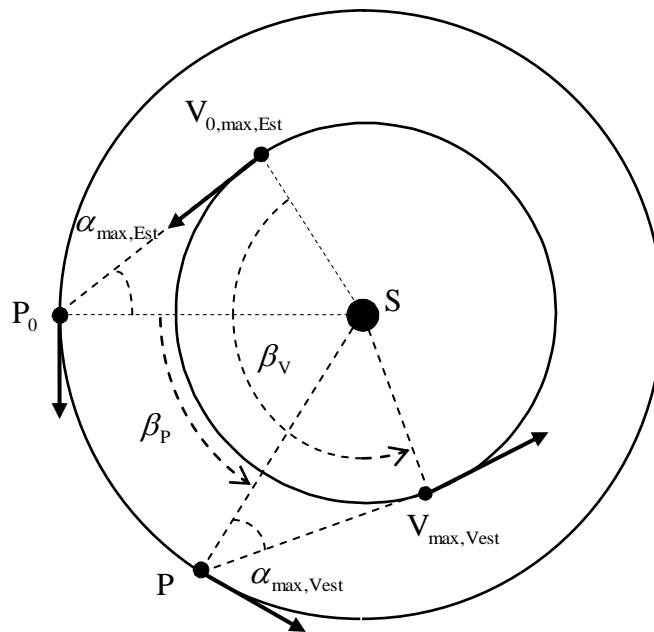
a)

$$\alpha_{\max, \text{Est}, \text{Mercur}} = \alpha_{\max, \text{Vest}, \text{Mercur}} = 27^\circ;$$

$$\alpha_{\max, \text{Est}, \text{Venus}} = \alpha_{\max, \text{Vest}, \text{Venus}} = 47^\circ.$$

1) Pentru planeta Venus:

$$t = \frac{86^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{T_P T_V}{T_P - T_V} \approx 0,24 \cdot \frac{T_P T_V}{T_P - T_V} = 0,24 \cdot \frac{365,2 \text{ zile} \cdot 234,7 \text{ zile}}{365,2 \text{ zile} - 234,7 \text{ zile}} \approx 157,6 \text{ zile}; \dots\dots\dots \mathbf{1p}$$

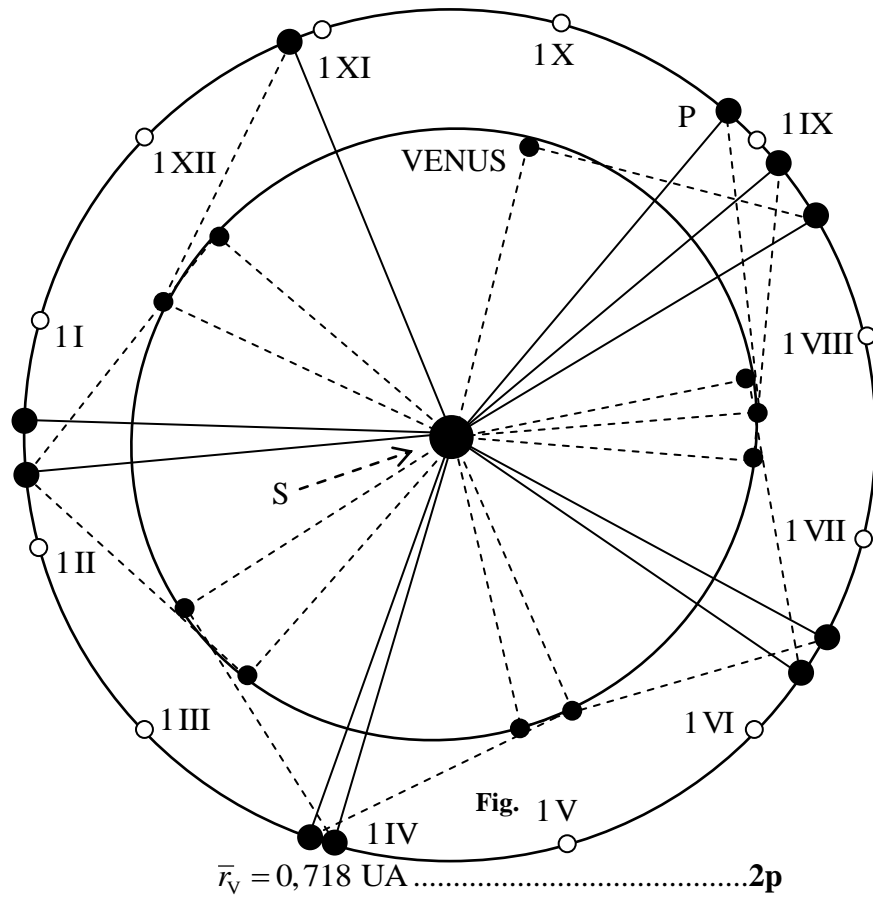


Pentru planeta Mercur:

$$t = \frac{126^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{T_P T_M}{T_P - T_M} \approx 0,35 \cdot \frac{T_P T_M}{T_P - T_M} = 0,35 \cdot \frac{365,2 \text{ zile} \cdot 88 \text{ zile}}{365,2 \text{ zile} - 88 \text{ zile}} \approx 40,6 \text{ zile}; \dots\dots\dots \mathbf{1p}$$

2) Pentru planeta Venus:

$$t = \frac{T_P T_V}{T_P - T_V} = \frac{365,2 \text{ zile} \cdot 234,7 \text{ zile}}{365,2 \text{ zile} - 234,7 \text{ zile}} \approx 656,8 \text{ zile}; \dots\dots\dots \mathbf{1p}$$



c)

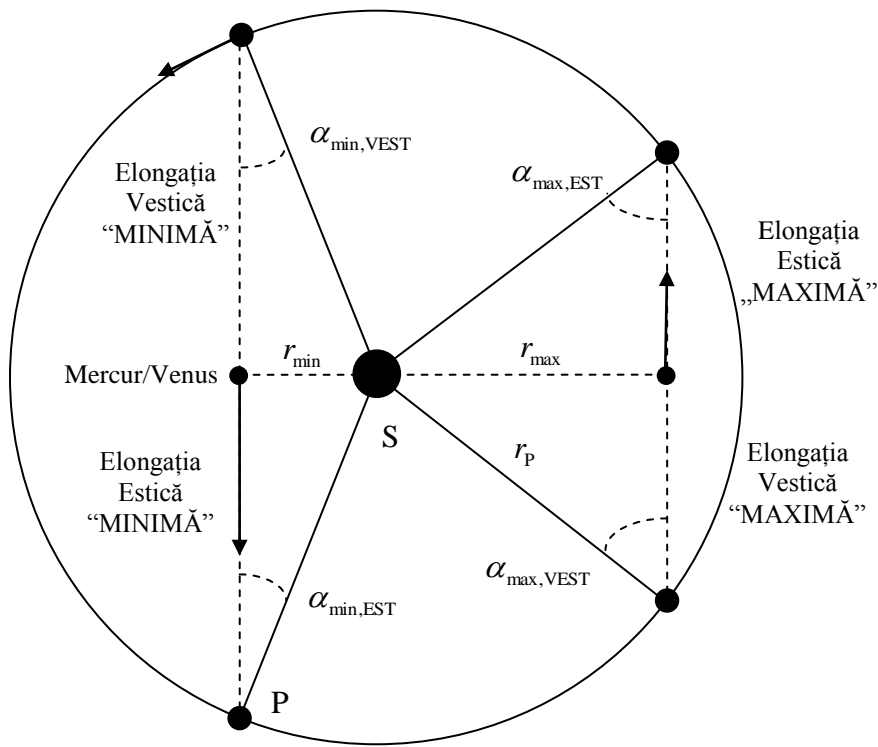


Fig.

- pentru planeta Mercur:

$$a_{\text{Mercur}} = \frac{r_{\text{min,Mercur}} + r_{\text{max,Mercur}}}{2} = 0,389 \text{ UA};$$

$$e_{\text{Mercur}} = \frac{r_{\text{max,Mercur}} - r_{\text{min,Mercur}}}{r_{\text{min,Mercur}} + r_{\text{max,Mercur}}} \approx 0,020;$$

$$e_{\text{Mercur}} = \sqrt{1 - \frac{b_{\text{Mercur}}^2}{a_{\text{Mercur}}^2}};$$

$$b_{\text{Mercur}} = a_{\text{Mercur}} \sqrt{1 - e_{\text{Mercur}}^2} \approx 0,388 \text{ UA}; \dots \dots \dots \mathbf{1p}$$

- pentru planeta Venus:

$$a_{\text{Venus}} = \frac{r_{\text{min,Venus}} + r_{\text{max,Venus}}}{2} = 0,725 \text{ UA};$$

$$e_{\text{Venus}} = \frac{r_{\text{max,Venus}} - r_{\text{min,Venus}}}{r_{\text{min,Venus}} + r_{\text{max,Venus}}} \approx 0,024;$$

$$e_{\text{Venus}} = \sqrt{1 - \frac{b_{\text{Venus}}^2}{a_{\text{Venus}}^2}};$$

$$b_{\text{Venus}} = a_{\text{Venus}} \sqrt{1 - e_{\text{Venus}}^2} \approx 0,724 \text{ UA}. \dots \dots \dots \mathbf{1p}$$

Problema 3

a)

$$\frac{1}{T_{\text{sinodicM2}}} = \frac{1}{T_{\text{sideral,P}}} - \frac{1}{T_{\text{sideral,M2}}};$$

$$T_{\text{sideral,M2}} = \frac{T_{\text{sideral,P}} \cdot T_{\text{sinodicM2}}}{T_{\text{sinodicM2}} - T_{\text{sideral,P}}} = \frac{1 \text{ an} \cdot 15 \text{ ani}}{15 \text{ ani} - 1 \text{ an}} = 1,07 \text{ ani}.$$

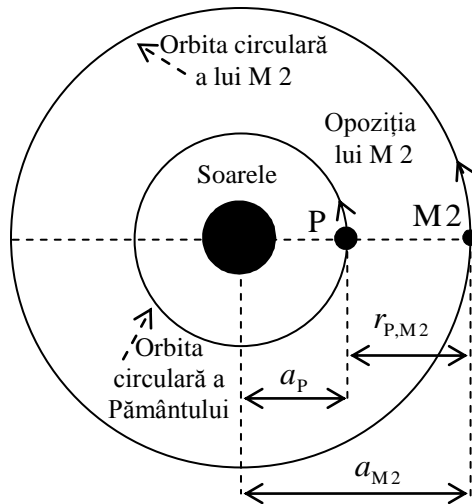


Fig.

$$\left(\frac{T_{\text{sidereal,M2}}}{T_{\text{sidereal,P}}} \right)^2 = \left(\frac{a_{M2}}{a_P} \right)^3;$$

$$a_{M2} = a_P \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T_{\text{sidereal,M2}}}{T_{\text{sidereal,P}}} \right)^2} \approx 1,047 \text{ UA}, \dots \dots \dots \mathbf{2p}$$

b)

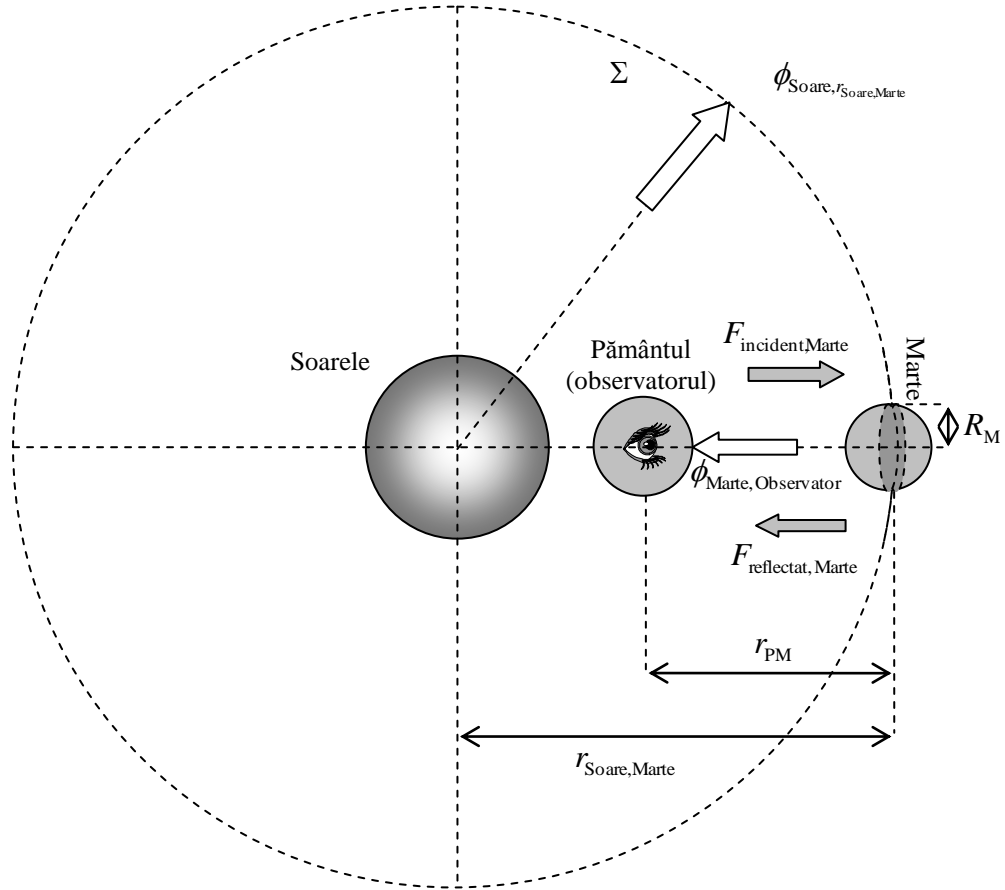


Fig.

$$\log \frac{\phi_{\text{Marte,Observer}}}{\phi_{\text{Marte 2,Observer}}} = -0,4(m_M - m_{M2});$$

$$\log \frac{\alpha_M \cdot \frac{L_S}{4\pi_{S,M}^2} \cdot \frac{\pi R_M^2}{2\pi_{P,M}^2}}{\alpha_{M2} \cdot \frac{L_S}{4\pi_{S,M2}^2} \cdot \frac{\pi R_{M2}^2}{2\pi_{P,M2}^2}} = -0,4(m_M - m_{M2});$$

$$\alpha_M = \alpha_{M2}; R_M = R_{M2};$$

$$5 \cdot \log \left(\frac{r_{S,M}}{r_{S,M2}} \cdot \frac{r_{P,M}}{r_{P,M2}} \right) = (m_M - m_{M2});$$

$$5 \cdot \log(1,46 \cdot 11,15) = (m_M - m_{M2});$$

$$m_M - m_{M2} \approx 6^m; m_M = -2^m;$$

$$m_{M2} = -8^m, \dots \dots \dots \mathbf{3p}$$

reprezentând magnitudinea aparentă a planetei “Marte 2”, văzută de pe Pământ.

c)

Atunci când Opoziția lui Marte se întâmplă la Periheliul orbitei sale, sau foarte aproape de acesta, avem de a face cu o Mare Opoziție a lui Marte, așa cum indică desenul din figura alăturată, distanța dintre Pământ și Marte fiind minimă posibilă (60 milioane km). Așa s-a întâmplat la 28 August 2003, aceasta fiind ultima Mare Opoziție a lui Marte.

Atunci când Opoziția lui Marte se întâmplă la Apheliul orbitei sale, sau foarte aproape de acesta, distanța dintre Pământ și Marte este maximă posibilă (100 milioane km).

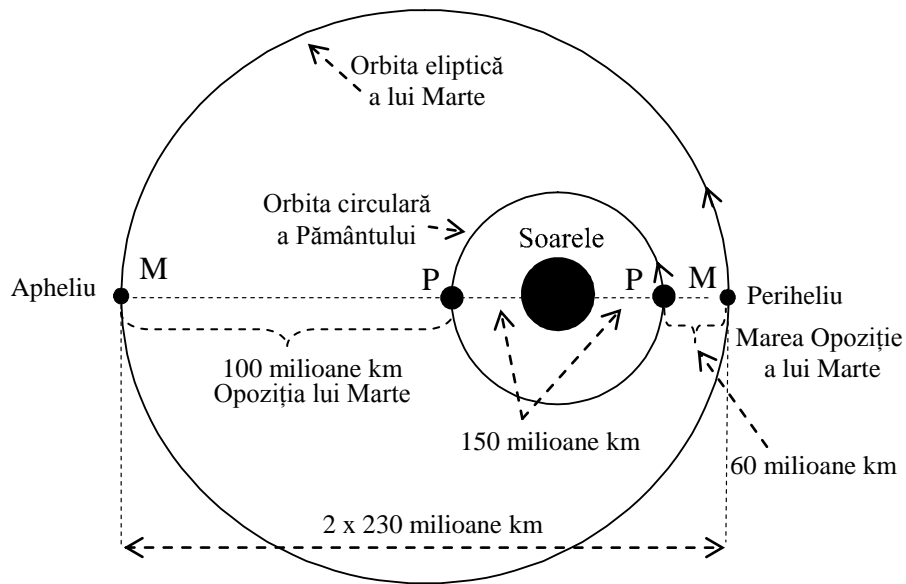


Fig.

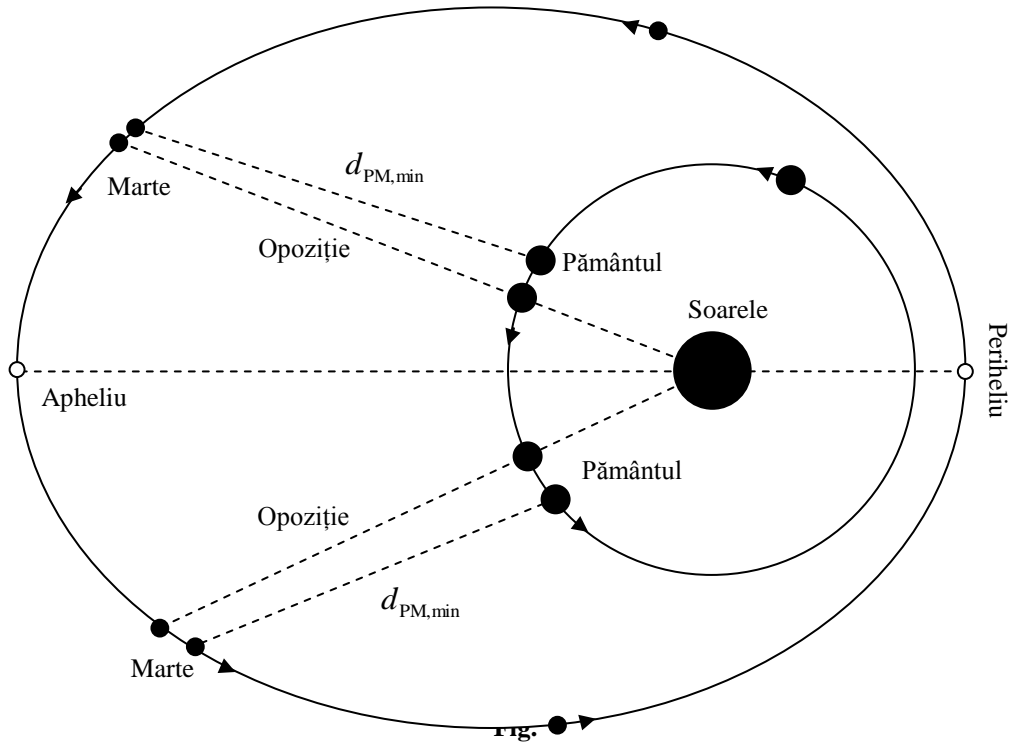
Tabelul de mai jos prezintă o listă a tuturor Opozițiilor lui Marte din 1955 și până în 2037. Din acest tabel rezultă că Pământul este relativ apropiat de Marte în anii 2001 și 2005, iar în 2003 Pământul este foarte aproape de Marte. Apoi, în anii 2020 și 2033, Pământul va fi din nou relativ apropiat de Marte, iar în anii 2018 și 2035 Pământul va fi din nou foarte aproape de Marte, ca și în 2003.

Opozițiile lui Marte, 1995 - 2037

Data Opoziției	Data apropierii maxime	Distanța minimă (UA/milioane mile)
12 Februarie 1995	11 Februarie 1995	0,67569/62,8
17 Martie 1997	20 Martie 1997	0,65938/61,3
24 Aprilie 1999	01 Mai 1999	0,57846/53,8
13 Iunie 2001	21 Iunie 2001	0,45017/41,8
28 August 2003	27 August 2003	0,37272/34,6
07 Noiembrie 2005	30 Octombrie 2005	0,46406/43,1
24 Decembrie 2007	18 Decembrie 2007	0,58935/54,8
29 Ianuarie 2010	27 Ianuarie 2010	0,66398/61,7
03 Martie 2012	05 Martie 2012	0,67368/62,6
08 Aprilie 2014	14 Aprilie 2014	0,61756/57,4
22 Mai 2016	30 Mai 2016	0,50321/46,8
27 Iulie 2018	31 Iulie 2018	0,38496/35,8
13 Octombrie 2020	06 Octombrie 2020	0,41492/38,6
08 Decembrie 2022	01 Decembrie 2022	0,54447/50,6
16 Ianuarie 2025	12 Ianuarie 2025	0,64228/59,7
19 Februarie 2027	20 Februarie 2027	0,67792/63,0
25 Martie 2029	29 Martie 2029	0,64722/60,2
04 Mai 2031	12 Mai 2031	0,55336/51,4
27 Iunie 2033	05 Iulie 2033	0,42302/39,3
15 Septembrie 2035	11 Septembrie 2035	0,38041/35,4
19 Noiembrie 2037	11 Noiembrie 2037	0,49358/45,9

În tabel sunt indicate două date: **data Opoziției**, când Pământul trece printre Marte și Soare, aliniindu-se cu aceștia; **data apropierii maxime** dintre Pământ și Marte, care este cu câteva zile mai devreme decât **data Opoziției**, când Marte se depărtează de Soare (apropiindu-se de Apheliu) și cu câteva zile mai târziu decât **data Opoziției**, când Marte se apropie de Soare (apropiindu-se de Periheliu), așa cum ilustrează desenul din figura alăturată.

Dacă data Opoziției este foarte aproape de Periheliu, atunci data apropierii maxime este aproximativ aceeași cu data Opoziției (așa cum s-a întâmplat în 2003). Pământul trece mai aproape de Marte, dacă data Opoziției este mai apropiată de Periheliu, așa cum se va întâmpla în anii 2018 și 2035.



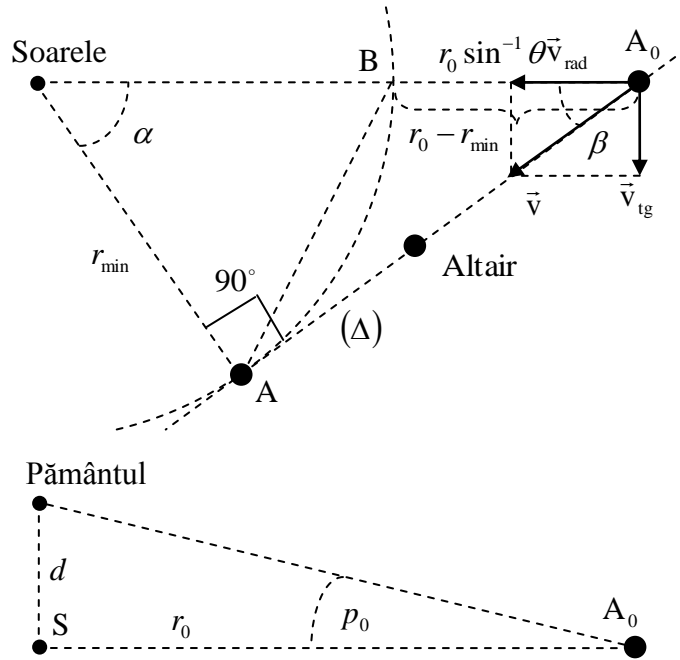
Identificările Opozițiilor.....3p

- Opozițiile marcate cu **BOLD ITALIC** se produc atunci când distanța dintre Pământ și Marte este minimă, ceea ce se întâmplă când Marte este la Periheliu sau foarte aproape de acesta.
- Opozițiile marcate cu **BOLD DREPT** se produc atunci când distanța dintre Pământ și Marte este mică, ceea ce se întâmplă când Marte este în apropierea Periheliului.
- Opozițiile pentru care distanțele dintre Pământ și Marte sunt maxime se produc atunci când Marte este la Apheliului.
- Opozițiile pentru care distanțele dintre Pământ și Marte sunt apropiate de valorile maxime se produc atunci când Marte este aproape de Apheliul orbitei sale.

d)

$$\frac{p_{e,S}}{p_{e,M}} = (1 - e) \left(\frac{T_M}{T_P} \right)^{2/3} - 1 \approx 1,54. \dots\dots\dots 2p$$

Problema 4
A.



$$\frac{r_{\min}}{r_0} = \sqrt{1 - \frac{v_{\text{rad}}^2}{v_{\text{rad}}^2 + (\mu r_0)^2}};$$

$$\log \frac{E_0}{E} = -0,4(m_0 - m);$$

$$m = m_0 + 5 \cdot \log \frac{\frac{\mu D}{P_0}}{\sqrt{v_{\text{rad}}^2 + \left(\frac{\mu D}{P_0}\right)^2}};$$

$$m = m_0 + 5^m \cdot (0,3) = 0,89^m - 1,5^m = -0,61^m; \dots \dots \dots 2\text{p}$$

$$r_0 = \frac{D}{p_0} = \frac{15 \cdot 10^7 \text{ km}}{10^{-6}} = 15 \cdot 10^{13};$$

$$r_{\min} = r_0 \cdot \frac{v_{\text{tg}}}{\sqrt{v_{\text{rad}}^2 + v_{\text{tg}}^2}} = 15 \cdot 10^{13} \text{ km} \cdot \frac{1}{2} = 7,5 \cdot 10^{13} \text{ km}; \dots\dots\dots 2\text{p}$$

$$r_0 - r_{\min} = v_{\text{rad}} \tau;$$

$$\tau = \frac{r_0 - r_{\min}}{v_{\text{rad}}} \approx 3 \cdot 10^{12} \text{ s} \approx 95130 \text{ ani} \dots\dots\dots 1\text{p}$$

B.

$$\log \frac{E_s}{E_\sigma} = -0,4(m_s - m_\sigma),$$

$$k_s = E_s \quad ; \quad k_\sigma = E_\sigma$$

$$k_\sigma = k_s \cdot 10^{-(m_\sigma - m_s)/2,5}; \quad k_s = 1,37 \text{ kW/m}^2;$$

$$m_\sigma = 1^{\text{m}}; \quad m_s = -26,8^{\text{m}}; \quad k_\sigma \approx 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

$$W_{\text{total}} = k_\sigma \cdot S \cdot t = 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \cdot 1000 \text{ m}^2 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ s} = 3000 \text{ J},$$

$$W = \eta \cdot W_{\text{total}} = 300 \text{ J}.$$

$$M = \rho V = 2 \cdot 10^6 \text{ kg}.$$

$$Mc\Delta\theta = W; \quad \Delta\theta = \frac{W}{Mc} = \frac{300 \text{ J}}{2 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} \approx 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ K} \dots\dots\dots 2\text{p}$$

C.

$$m_{\text{Soare}} = m_{\text{stea}} - 5 \cdot \log \frac{\delta_{\text{Soare}}}{\delta_{\text{stea}}} - 10 \cdot \log \frac{T_{\text{Soare}}}{T_{\text{stea}}} \dots\dots\dots 2\text{p}$$

$$\bar{m}_{\text{Soare}} = -25,195^{\text{m}} \dots\dots\dots 1\text{p}$$