



Olimpiada de Astronomie și Astro  
Etapa Națională, 2014  
Proba de baraj  
Juniori



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE

**Subiectul I – Satelitul șefului!!**

Notății:

luminozitatea solară  $L$ ,

Strălucirea aparentă a Soarelui la suprafața satelitelui este:

$$E = \frac{L}{4\pi d^2}$$

**1 puncte**

unde  $d$  este distanța dintre Soare și satelit.

Toată lumina care ajunge la satelit se reflectă izotrop. Satelitul emite cu următoarea luminozitate:

$$L_1 = E\pi R^2 = \frac{LR^2}{4d^2}$$

**1 punct**

Condiția din problemă, ca satelitul, având rază minimă, să fie văzut o singură dată, este ca acesta să se afle în opoziție cu Soarele. Strălucirea satelitelui văzut de pe Pământ va fi:

$$E_0 = \frac{L_1}{4\pi(d-d_0)^2} = \frac{LR^2}{16\pi d^2(d-d_0)^2} \quad \text{unde:}$$

**2 puncte**

$d_0$  este raza orbitei Pământului (unitatea astronomică);

$R$  este raza minimă a satelitelui.

$$E_{ochi} \cdot \pi r^2 = E_0 \cdot \pi R^2$$

$$E_{ochi} = E_0 \frac{R^2}{r^2} = \frac{LR^4}{16\pi r^2 d^2 (d-d_0)^2}$$

**1 punct**

Aceasta nu trebuie să fie mai mică decât strălucirea stelei cu magnitudinea  $m_{limita}=6^m$ .

$$E_{\square} = \frac{L}{4\pi d_0^2}$$

$$\frac{E_{\square}}{E_{ochi}} = 10^{0,4(6-m_0)} = C$$

**2 puncte**

constanta  $C$  putând fi calculată din valoarea cunoscută a magnitudinii soarelui  $m_0=-26.8$ :

$$C = 10^{0,4(m-m_0)} = 1,32 \cdot 10^{13}$$

**1 punct**

Folosind ultimele trei formule, exprimăm raza minimă a satelitelui:

$$R = \sqrt{\frac{2rd(d-d_0)}{d_0\sqrt{C}}} = 40m \Rightarrow D = 80m$$

**2 puncte**

**TOTAL**

**10 puncte**

1.Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

2.Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezentînd partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada de Astronomie și Astro  
Etapa Națională, 2014  
Proba de baraj  
Juniori



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE

**Subiectul II – Curba de viteză**

Steaua 1 este identică cu Soarele.

1. Completează rubricile tabelului de mai jos cu valorile fazelor F1 - F6.

**1,25 puncte**

	F1	F2	F3	F4	F5	F6
Valoare fază	-0,03	0,04	0,15	0,37	0,45	0,55

2. Analizează forma curbei de lumină pentru fiecare interval de fază. Justifică forma curbei pe fiecare interval.

F1-F2 - intervalul în care steaua 2 cu raza mai mica trece prin spatele stelei 1 cu raza mai mare;

F2- F3 - intervalul în care steaua 1 este partial eclipsată de steaua 2;

F3-F4 – ambele stele sunt complet “separate”;

F4-F5 – steaua2 eclipsează steaua1;

F5-F6 – perioada eclipsei inelare. Discul stelei 2 este complet peste discul stelei 1;

F6-F7 – steaua 2 „părăsește” steaua 1;

F7-F8 – ambele stele suntcomplet “separate”.

**1,75 puncte**

3. Calculează raportul razelor celor două stele. Te rugăm să folosești următoarea convenție: steaua 1 are raza mai mare decât steaua 2.

Intervalul F1-F2 -  $R_1$  în fața lui  $R_2$ ;  $m_M = 0,25$  la momentul  $F = 0$ .

$E_M$  este strălucirea corespunzătoare a sistemului binar

**0,5puncte**

Intervalul F5-F6 -  $R_1$  în spatele lui  $R_2$ ;  $m_m = 0,45$  la momentul  $F=0,5$ .

$E_m$  este strălucirea corespunzătoare a sistemului binar.

**0,5puncte**

Aplicarea formulei Pogson pentru cele două situații

**1 punct**

$$\log \frac{E_M}{E_{Soare}} = 0,4(m_{Soare} - m_M) \Rightarrow E_M = \frac{E_{Soare}}{1,122 \cdot 10^{27}}$$

$$\log \frac{E_m}{E_{Soare}} = 0,4(m_{Soare} - m_m) \Rightarrow E_m = \frac{E_{Soare}}{1,778 \cdot 10^{27}}$$

1.Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

2.Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezentînd partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$$\frac{E_M}{E_m} = \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} = \frac{1}{1 - \frac{R_2^2}{R_1^2}}$$

0,5 puncte

Calculul numeric

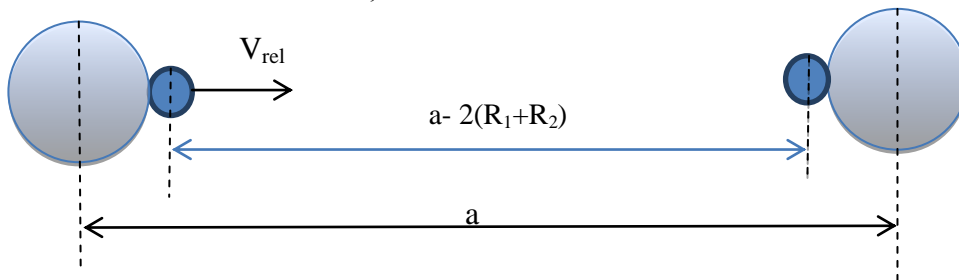
0,5 puncte

$$\frac{1}{1 - \frac{R_2^2}{R_1^2}} = \frac{1}{\frac{E_m}{E_M}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \sqrt{1 - \frac{E_m}{E_M}} = 0,607$$

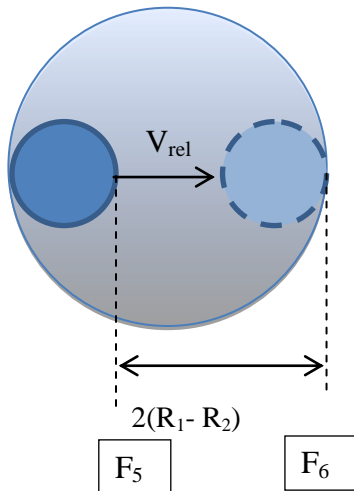
4. Știind că steaua 1 are raza și respectiv masa egale cu ale Soarelui, calculează distanța dintre centrele celor două stele.

Analiza corectă a mișcării relative a stelelor

1punct



Intervalul  
F3 – F4



Intervalul  
F5 – F6

Efectuarea calculelor

2 puncte

$$F = \frac{\Delta t}{T}$$

- 1.Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- 2.Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezentînd partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada de Astronomie și Astro  
Etapa Națională, 2014  
Proba de baraj  
Juniori



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE

$$\Delta t_{3-4} = T(F_4 - F_3) = \frac{a - 2(R_1 + R_2)}{v_{\text{relativ}}}$$

$$\Delta t_{5-6} = T(F_6 - F_5) = \frac{2(R_1 - R_2)}{v_{\text{relativ}}}$$

$$\frac{F_4 - F_3}{F_6 - F_5} = \frac{a - 2(R_1 + R_2)}{2(R_1 - R_2)} \Rightarrow \frac{F_4 - F_3}{F_6 - F_5} = \frac{a - 2R_{\text{soare}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{2R_{\text{soare}} \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$a = \frac{\Delta F_{43}}{\Delta F_{65}} 2R_{\text{soare}} \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right) + 2R_{\text{soare}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$a = 2R_{\text{soare}} \left( \frac{\Delta F_{43}}{\Delta F_{65}} \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right) + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \right)$$

$$a = 2R_{\text{soare}} (2,2 \cdot 0,393 + 1,607) = 4,94 R_{\text{soare}}$$

$$a = 3.438.240 \text{ Km}$$

5. Calculează perioada de rotație a sistemului considerând că centrul de masă al sistemului este foarte apropiat de centrul stelei 1.

Se folosește legea a treia a lui Kepler:

$$\frac{T^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^3} = \frac{4\pi^2}{k(M_1)}$$

$$T = \sqrt{\frac{\pi^2 a^3}{2kM_{\text{Soare}}}}$$

$$T = 38756,1 \text{ secunde} = 10,76 \text{ ore (cu 2 zecimale exacte)}$$

**1 punct**

### Subiectul III

- A. Explică de ce în primele 70 de zile viteza sondei este constantă.

Interacția gravitațională este neglijabilă, sonda aflându-se la o distanță foarte mare de Soare. **1punct**

B.

- a. Presupunând că în intervalul de timp dintre două rapoarte primite, accelerația sondei este constantă, calculează valoarea acesteia pe fiecare interval de timp.

$$a = \frac{v_{\text{final}} - v_{\text{initial}}}{\Delta t},$$

Valorile calculate sunt date în tabel.

**1punct**

1.Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

2.Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezentând partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada de Astronomie și Astro  
Etapa Națională, 2014  
Proba de baraj  
Juniori



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE

- b. Pe fiecare interval de timp, calculează viteza medie  $v_m$  ca medie aritmetică între viteza inițială și cea finală.

$$v_{\text{mediu}} = \frac{v_{\text{final}} + v_{\text{initial}}}{2}$$

**1punct**

Valorile calculate sunt date în tabel.

- c. Calculează distanța parcursă de sondă în fiecare interval de timp;

$$s_{\text{interval}} = v_{\text{mediu}} \Delta t \text{ și transformare din m în UA.}$$

**2puncte**

Valorile calculate sunt date în tabel.

- d. Folosind datele obținute, propune o metodă prin care să demonstrezi că sonda este accelerată în câmpul gravitațional al unui corp ceresc necunoscut.

**Raționament inițial**

**2 puncte**

$$a_{\text{gravitațional}} = \frac{kM}{(r_0 - s_t)^2},$$

$a_{\text{gravitațional}}$  este egală cu accelerația sondei aflată la momentul  $t$  la distanța  $(r_0 - s_t)$  de corpul necunoscut de masă  $M$ .

$s_t$  este distanța parcursă de sondă până la momentul  $t =$  suma distanțelor parcurse pe fiecare interval de timp până în momentul  $t$ .

**Aplicarea raționamentului prin una din cele două metode**

**2 puncte**

**Metoda 1.** Se reprezintă grafic  $a_{\text{gravitațional}}$  în funcție de  $\frac{1}{(r_0 - s_t)^2}$

Graficul orientativ este dat mai jos

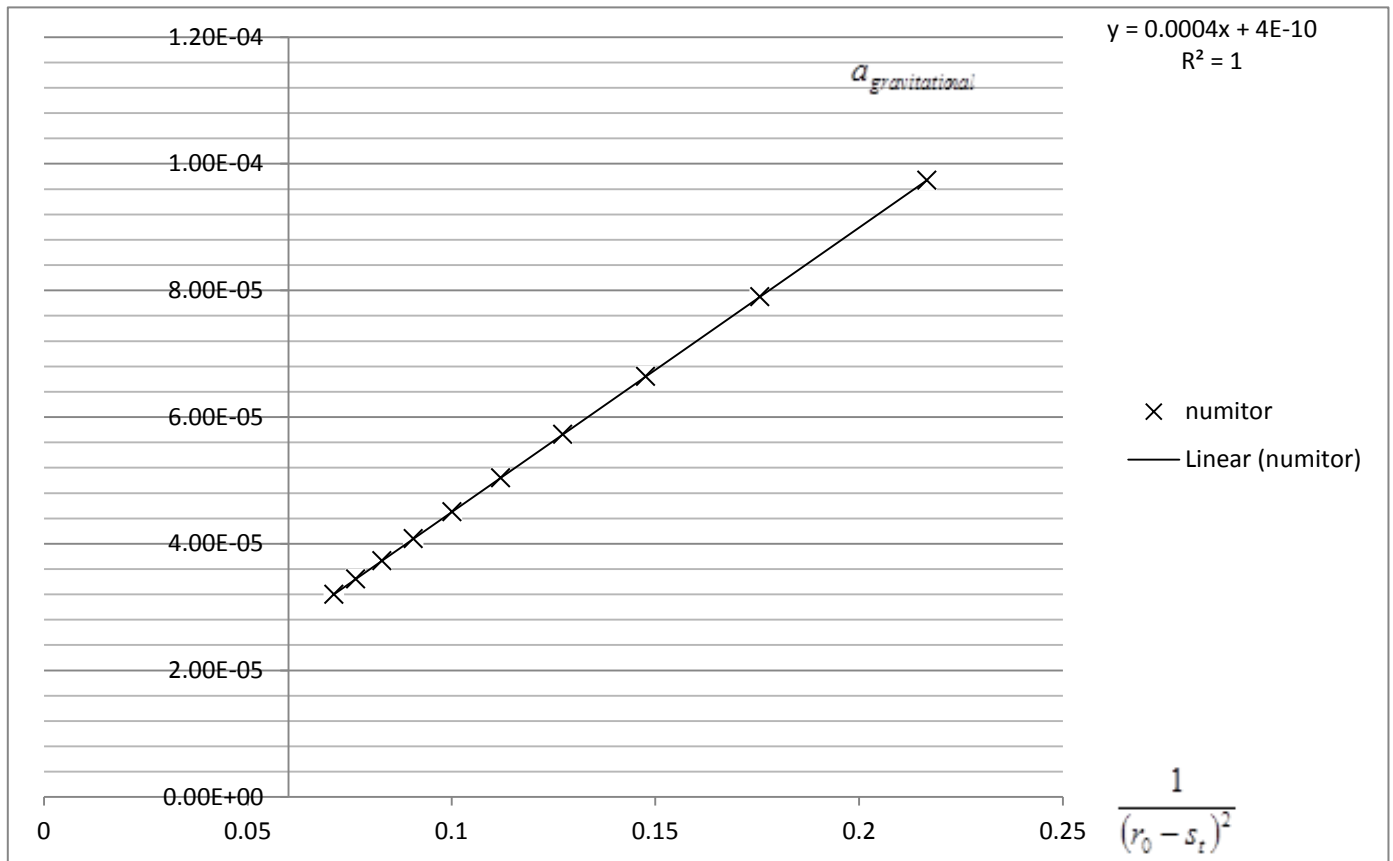
- 1.Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- 2.Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezentînd partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada de Astronomie și Astro  
Etapa Națională, 2014  
Proba de baraj  
Juniori



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE



Punctele „se așează” aproximativ pe o dreaptă, ceea ce înseamnă că

grafic  $a_{\text{gravitational}}$  este proporțional cu  $\frac{1}{(r_0 - s_t)^2}$

Constanta de proporționalitate este tangenta unghiului făcut de grafic cu axa orizontală, aceasta fiind egală cu produsul  $k M$

### Metoda 2

Calcul efectiv efectuat în tabel care evidențiază că produsul  $a_{\text{gravitational}}(r_0 - s_t)^2$  este constant.

e. Determină masa acestui corp.

$$M = 3,34 \times 10^{13} \text{ Kg}$$

**1 punct**

1.Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

2.Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezentînd partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada de Astronomie și Astrofizic:  
Etapa Națională, 2014  
Proba de baraj  
Juniori



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE

t (zile)	v (m/s)	$\Delta v$ (m/s)	Acceleratia (m/s <sup>2</sup> )	v medie (m/s)	distanța parcursă pe fiecare interval (m)	distanța pe fiecare in- terval(UA)	distanța fata de asteroid (UA)	$\frac{1}{(r_0 - s_t)^2}$	produs ul kM	M(Kg)
40	1.000.000									
50	1.000.000	0	0	1000000	864.000.000.000	5,760000	194,2400000	2,65E-05	0	0,00E+00
60	1.000.000	0	0	1000000	864.000.000.000	5,760000	188,4800000	2,81E-05	0	0,00E+00
70	1.000.000	0	0	1000000	864.000.000.000	5,760000	182,7200000	3,00E-05	0	0,00E+00
80	1.061.500	61500	0,07118056	1030750	890.568.000.000	5,937120	176,7828800	3,20E-05	2224,55	3,34E+13
90	1.127.630	66130	0,07653935	1094565	945.704.160.000	6,304694	170,4781856	3,44E-05	2224,45	3,34E+13
100	1.199.290	71660	0,08293981	1163460	1.005.229.440.000	6,701530	163,7766560	3,73E-05	2224,68	3,34E+13
110	1.277.620	78330	0,09065972	1238455	1.070.025.120.000	7,133501	156,6431552	4,08E-05	2224,52	3,34E+13
120	1.364.150	86530	0,10015046	1320885	1.141.244.640.000	7,608298	149,0348576	4,50E-05	2224,48	3,34E+13
130	1.460.970	96820	0,11206019	1412560	1.220.451.840.000	8,136346	140,8985120	5,04E-05	2224,66	3,34E+13
140	1.571.000	110030	0,12734954	1515985	1.309.811.040.000	8,732074	132,1664384	5,72E-05	2224,54	3,34E+13
150	1.698.550	127550	0,14762731	1634775	1.412.445.600.000	9,416304	122,7501344	6,64E-05	2224,39	3,33E+13
160	1.850.340	151790	0,17568287	1774445	1.533.120.480.000	10,220803	112,5293312	7,90E-05	2224,65	3,34E+13
170	2.037.520	187180	0,21664352	1943930	1.679.555.520.000	11,197037	101,3322944	9,74E-05	2224,55	3,34E+13

1.Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

2.Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezentînd partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.