

Olimpiada Națională de Astronomie și Astrofizică
Ilfov, 4 aprilie 2012
Proba de analiza datelor
SENIORI



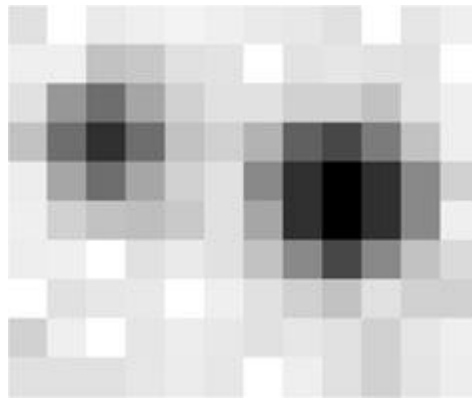
SUBIECT I - 10 puncte

Cu ajutorul unui detector special se înregistrează imagini ale unor stele în domeniul vizibil al spectrului. Imaginile obținute sunt alcătuite dintr-o rețea de mici pătrate numite *pixeli*. Fiecărui pixel i se asociază un număr proporțional cu numărul de fotoni (de aceeași energie) incidenti pe detector. Se constată că imaginile stelelor nu sunt nete, fiind mai intense în centru și mai puțin intense spre margine.

O problemă majoră o reprezintă faptul că detectorul nu poate să distingă între razele de lumină provenite de la stea și cele provenite de la alte surse aflate în aproximativ aceeași direcție. Razele de lumină care nu provin de la stea produc pe senzor un zgomot de fundal denumit *background*.

Datele înregistrate de la două stele, una standard și altă necunoscută, aflate în același câmp al detectorului, sunt prezentate în figura de mai jos, iar în tabel sunt date numerele proporționale cu numărul de fotoni conținuți în fiecare pixel.

Stea necunoscută este mai slab luminoasă. Dacă magnitudinea stelei cunoscute este 9, determinați magnitudinea stelei necunoscute ținând cont de informațiile oferite.



| | | | | | | | | | | | |
|----|----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|----|----|
| 34 | 16 | 26 | 33 | 37 | 22 | 25 | 25 | 29 | 19 | 28 | 25 |
| 22 | 20 | 44 | 34 | 22 | 26 | 14 | 30 | 30 | 20 | 19 | 17 |
| 31 | 70 | 98 | 66 | 37 | 25 | 35 | 36 | 39 | 39 | 23 | 20 |
| 34 | 99 | 229 | 107 | 38 | 28 | 46 | 102 | 159 | 93 | 37 | 22 |
| 33 | 67 | 103 | 67 | 36 | 32 | 69 | 240 | 393 | 248 | 69 | 30 |
| 22 | 33 | 34 | 29 | 36 | 24 | 65 | 241 | 363 | 244 | 68 | 24 |
| 28 | 22 | 17 | 16 | 32 | 24 | 46 | 85 | 157 | 84 | 42 | 22 |
| 18 | 25 | 27 | 26 | 17 | 18 | 30 | 29 | 35 | 24 | 30 | 27 |
| 32 | 23 | 16 | 29 | 25 | 24 | 30 | 28 | 20 | 35 | 22 | 23 |
| 28 | 28 | 28 | 24 | 26 | 26 | 17 | 19 | 30 | 35 | 30 | 26 |

Prof. Grigoruță-Dan Oniciuc, C. N. "Petru Rareș", Piatra Neamț

SUBIECT II – 10 puncte

1. (6p) O stea pitică albă are masa aproximativ egală cu o masă solară, raza de 10^7 m, iar rata acreției de masă $10^{-8} \frac{M_{\odot}}{an}$. La o rată de acreție de $10^{-8} \frac{M_{\odot}}{an}$, hidrogenul atomic acreționat la suprafața stelei nu poate fuziona în heliu, materialul acumulându-se la suprafața stelei. Când temperatura stratului de hidrogen este suficient de mare, se produce reacția de fuziune rapidă a hidrogenului în heliu, apărând un flash de lumină numit clasic novă, a cărei luminozitate este de $10^{31}W$ și care are durata de aproximativ 100 de zile.

a) (1,5p) De câte ori este mai mare luminozitatea noiei față de luminozitatea piticeii albe determinată de discul de acreție?

b) (1,5p) În care parte a spectrului electromagnetic produce nova cea mai multă radiație? Argumentați.

c) (3,0p) Dacă în timpul de viață al noiei doar 10% din hidrogenul acreționat fuzionează și $\frac{1}{2}$ din energia produsă prin fuziune se transformă în radiație, calculați intervalul de timp dintre două nove consecutive, la suprafața piticeii albe. (se cunosc constanta atracției universale $G = 6,67 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$, constanta Stefan – Boltzmann $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} Wm^{-2} K^{-4}$, masa Soarelui $M_s = 2 \times 10^{30} kg$ și constanta lui Wien, $b = 2,8978 \times 10^{-3} K \times m$)

2. (4p) Centrul internațional de studii în astrofizică VVAON își propune să determine luminozitatea și-au propus să determine luminozitatea Lunii în ipoteza a doua modele:

i) luminozitatea Lunii este datorată absorbției energiei de la Soare și emiterii acesteia sub formă de corp negru; Calculați luminozitatea maximă în acest model, neglijând temperatura internă.

ii) luminozitatea Lunii este datorată unui proces de acreție a materiei din imediata apropiere cu rata $\frac{\Delta M}{\Delta t}$.

Calculați raportul dintre luminozitățile obținute în cele două modele.

Se cunosc: albedoul suprafeței Lunii $\{\alpha$ - raportul dintre energia reflectată și cea incidentă, densitatea lunii (ρ_L), luminozitatea Soarelui (L_S), constanta atracției gravitaționale (G), distanța Pământ - Lună (D) și respectiv Pământ –Soare ($d_{P,S}$)}

Prof. Daniela Vintilescu, C. N. “Barbu Știrbei”, Călărași
Vlad Mărgărint, Facultatea de Matematică – Informatică, București

SUBIECT III – 10 puncte

Carul atârnat

Studentul Vlad a lipsit un semestru întreg de la cursul de astronomie și nu putea să-și explice anumite noțiuni elementare legate de sfera cerească.

De aceea, s-a gândit să apeleze la colegul său de bancă, Victor, cunoscut pentru faptul că e ceva mai glumeț din fire.

Vlad: Este raza sferei cerești infinită?

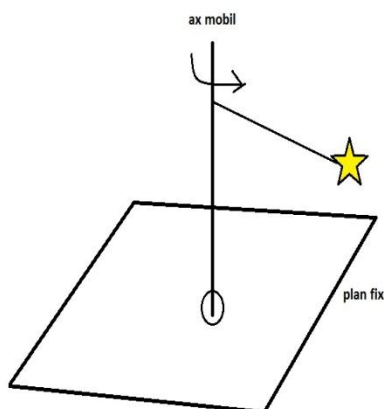
Victor: Raza sferei cerești este finită, dar foarte mare și probabil nu te descurci s-o determini.

Vlad: Ce reprezintă numărul „m” asociat fiecărei stele, regăsit pe hărțile cerești?

Victor: Numărul „m” din dreptul fiecărei stele reprezintă masa acesteia!

Vlad: Cum se explică rotația sferei cerești?

Victor: Vlad, întreaga sferă cerească se rotește astfel încât *carul* format din cele 7 stele din Ursa Mare să nu cadă pe Pământ datorită forței de atracție gravitațională. Centrul de masă al acestuia este prins cu un fir inextensibil de un ax rotativ ce trece prin centrul Pământului, iar suprafața Pământului este fixă. Întreaga mișcare a acestuia este cauzată doar de rotația axului. Iată un desen:



După discuția cu colegul său de bancă, Vlad se hotărăște să iasă la observații pentru a determina raza sferei cerești.

1) (7p) Aflați declinația centrului de masă al “carului” și descrieți metoda folosită, făcând măsurători pe harta de mai jos folosind doar rigla gradată.

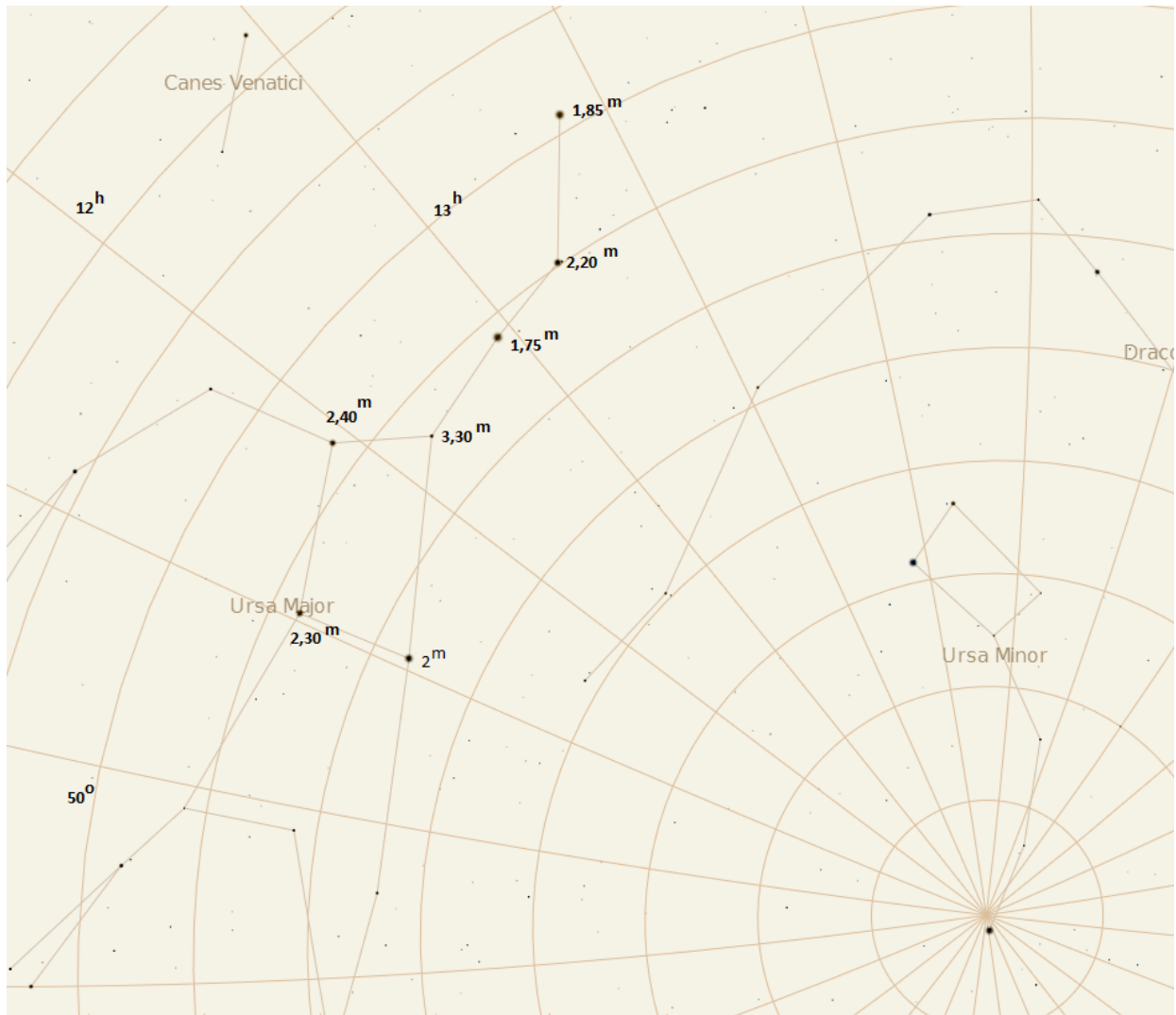
2) (3p) Care este raza sferei cerești?

Precizări: Considerați raza sferei cerești suficient de mare astfel încât centrul de masă să fie situat pe sfera cerească. Se neglijează interacțiunile gravitaționale între cele 7 stele și în abordarea problemei nu se mai ține cont de celelalte stele ale cerului.

Sectoarele mici de cerc se pot aproxima cu segmente.

Vlad Mărgărint, Facultatea de Matematică, Universitatea București
Victor Cărbune, Universitatea Politehnica din București

Hartă



SUBIECT IV – 10 puncte

Relația Tully – Fischer

Pentru galaxiile spirală aflate în mișcare de rotație în jurul centrului geometric (axa de rotație fiind perpendiculară pe direcția de observare a acestora), în urma analizării datelor provenite de la centrul internațional de astrofizică VVAON s-au conturat următoarele două ipoteze:



a) (2,0p) Pentru galaxiile spirale considerăm valabile următoarele ipoteze

- raportul dintre masa totală galaxiei și luminozitatea acesteia este constant
- raportul dintre energia emisă de galaxie în unitatea de timp din unitatea de suprafață este constant

Determinați luminozitatea galaxiei în funcție de viteza liniară de rotație a acesteia; se consideră întreaga masă a galaxiei concentrată în centrul geometric al acesteia.

b) (8,0p) Folosind datele din tabelul de mai jos, identificați o relație între magnitudinea absolută a unei galaxii în formă de spirală și viteza sa liniară de rotație; reprezentați grafic, în coordonate convenabil alese, relația obținută, astfel încât dependența să fie liniară.

| z_1 (deplasare spre roșu) (cauzată de viteza liniară de rotație) | z_2 (deplasare spre roșu) (cauzată de recesia galaxiei) | m (m) (magnitudinea aparentă) |
|-----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 0.00106 | 0.05131 | 18.50511 |
| 0.00133 | 0.06191 | 14.90105 |
| 0.00140 | 0.06904 | 18.12981 |
| 0.00146 | 0.06547 | 14.51845 |
| 0.00166 | 0.10927 | 18.08149 |
| 0.00140 | 0.08711 | 15.61437 |
| 0.00146 | 0.08347 | 14.37573 |
| 0.00220 | 0.07984 | 14.45446 |
| 0.00206 | 0.06191 | 16.90105 |
| 0.00200 | 0.06547 | 13.01845 |
| 0.00266 | 0.06986 | 12.15444 |

Se consideră cunoscută constanta Hubble $H_0 = 75 \frac{km}{s \cdot Mpc}$

Victor Cărbune, Universitatea Politehnica din București

SUBIECT V – 10 puncte

Sondă spațială lansată spre Saturn.

Momentele lansărilor unor sonde spațiale spre planete mai îndepărtate din sistemul nostru solar, sau spre alte obiective din afara sistemului nostru solar, se aleg și în funcție de pozițiile celorlalte planete, mai apropiate, în scopul utilizării unor părți din energiile mișcărilor orbitale ale acestora pentru mărimi semnificative ale vitezelor stațiilor și pentru modificări apreciabile ale orientărilor vitezelor stațiilor, astfel încât zborurile stațiilor spre obiectivele propuse să necesite consumuri minime de combustibili.

În această problemă se analizează situația particulară a unei sonde spațiale care, în zbor spre planeta Saturn, trece prin apropierea planetei Jupiter.

A. Planeta Jupiter se mișcă în jurul Soarelui pe o traiectorie eliptică, care poate fi aproximată cu un cerc având raza R .

a) (1p) Să se determine viteza v a planetei Jupiter pe orbita sa circulară în jurul Soarelui. Se cunosc: M_S – masa Soarelui; T_J – durata unui an pe Jupiter.

b) (1p) Dacă sonda spațială s se află între Soare și Jupiter (pe segmentul Soare – Jupiter), să se determine distanța d față de Jupiter la care atracția gravitațională a Soarelui asupra sondei este echilibrată de atracția gravitațională a lui Jupiter asupra sondei, dacă masa lui Jupiter este M .

B. Sonda, cu masa m , zboară pe o traiectorie conținută în întregime în planul orbitei lui Jupiter și se află într-o regiune în care atracția gravitațională a lui Jupiter este cu mult mai mare decât alte forțe de atracție gravitațională exercitate asupra sa.

În sistemul de referință al centrului de masă al Soarelui (SXY), viteza inițială a sondei este \vec{v}_0 , în sensul pozitiv al axei SY, iar viteza \vec{v} a lui Jupiter este orientată în sensul negativ al axei SX, așa cum indică figura 1. Prin „viteză inițială” înțelegem viteza sondei când aceasta se află în spațiul interplanetar, destul de departe de Jupiter, într-o regiune în care atracția Soarelui este neglijabilă în raport cu atracția lui Jupiter.

Considerăm că apropierea sondei de planeta Jupiter se face într-un timp suficient de scurt, pentru a putea neglija schimbarea direcției mișcării lui Jupiter pe orbita sa în jurul Soarelui. De asemenea, presupunem că sonda trece prin „spatele” lui Jupiter (față de Soare), adică, pentru aceeași coordonată y , coordonata x a sondei este mai mare decât coordonata x a lui Jupiter.

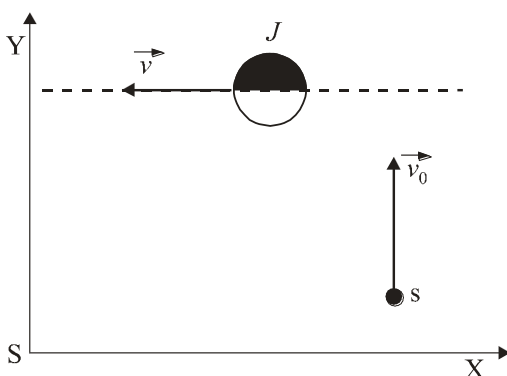


Fig. 1

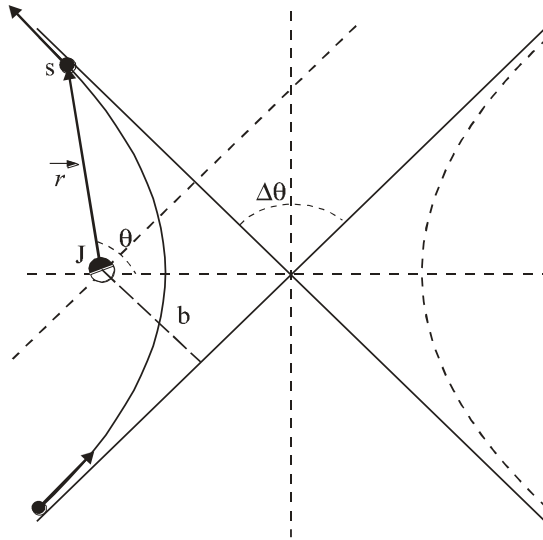


Fig. 2

c) (1p) Corespunzător „momentului inițial“, să se determine viteza \vec{v}' a sondei în raport cu Jupiter, considerat sistem de referință inerțial.

d) (0,5p) Să se determine energia mecanică totală a sistemului sondă – Jupiter, la „momentul inițial“, în raport cu sistemul de referință atașat planetei Jupiter.

C. Traectoria sondei, în raport cu sistemul de referință legat de Jupiter este ramura continuă (atractivă) a hiperbolei din figura 2, în al cărei „focar atractiv“ se află Jupiter și a cărei ecuație, în coordonate polare plane (r, θ) este:

$$\frac{1}{r} = \frac{KM}{b^2 v'^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Eb^2 v'^2}{K^2 M^2 m} \cos \theta} \right),$$

unde b – parametrul de ciocnire – este distanța de la Jupiter la una dintre asimptote, E este energia mecanică totală a sistemului, K este constanta atracției universale, M este masa lui Jupiter.

e) (0,5p) Să se determine deviația unghiulară totală $\Delta\theta = f(v'; b)$ a sondei, raportată la sistemul de referință legat de Jupiter, utilizând ecuația traectoriei sondei.

f) (1,5p) Presupunând că sonda nu poate trece pe lângă Jupiter la o distanță mai mică, față de centrul acestuia, decât trei raze ale lui Jupiter, să se determine valoarea minimă posibilă a parametrului de ciocnire și valoarea maximă posibilă a deviației unghiulare totale. Se cunoaște raza planetei Jupiter, R_J .

g) (2p) Să se determine viteza finală a sondei, $v'' = f(v, v_0, \Delta\theta)$, în raport cu sistemul de referință al centrului de masă al Soarelui.

h) (1p) Cunoscând următoarele valori numerice: $m = 825 \text{ kg}$; $M = 1,901 \cdot 10^{27} \text{ kg}$; $R = 7,783 \cdot 10^{11} \text{ m}$; $R_J = 69,8 \text{ Mm}$; $K = 6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$; $T_J = 374,32 \text{ Ms}$; $v_0 = 1,00 \cdot 10^{11}$

m/s ; $M_S = 1,991 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, să se determine valorile numerice ale mărimilor: v , d , v' ; E , b_{\min} , $\Delta\theta_{\max}$ și v'' (când deviația unghiulară totală are valoarea maximă).

Prof. Dr. Mihail Sandu, G.S.E.A.S Călimănești

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 5h