PROBA DE BARAJ

SENIORI

Barem

SUBIECTUL I (10 puncte)

Un asteroid descoperit în anul 2008, are orbita în planul eclipticii, semiaxa sa mare fiind de 3 UA iar semiaxa mică de 2,4 UA. Asteroidul este observat în 1 ianuarie 2009, exact atunci când trece prin periheliu. În acel moment elongaţia sa este de 15^0, el putând fi observat dimineaţa înainte de răsăritul Soarelui. Asteroidul este observat din nou în acelaşi an, dar elongaţia sa este acum 75^0 şi poate fi observat seara, după apusul Soarelui.

a) Care este perioada sinodică a asteroidului?

b) Care este data celei de a doua observaţii?

c) Datorită excentricităţii orbitei, magnitudinea asteroidului la opoziţie se schimbă de la o perioadă sinodică la alta. Care este diferenţa dintre valorile minimă şi maximă posibile ale magnitudinii asteroidului la opoziţie?

Pentru rezolvarea problemei puteţi folosi eventual figura reprezentând o elipsă suprapusă peste un caroiaj rectangular. Observaţie: caroiajul nu este o hârtie milimetrică, distanţa dintre liniile paralele consecutive fiind diferită de un milimetru.

	Punctaj
a) Perioada siderală a asteroidului se calculează cu ajutorul legii a III-a a lui Kepler; folosind unităţile din sistemul Pământ-Soare, avem: $$P = \sqrt{a^3} = 5,196 \text{ ani} = 1897,9 \text{ zile}$$ Perioada sinodică este dată de $$\frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{P},$$ de unde $T = 1,238$ ani $= 405,3$ zile.	2p
b) Din enunţul problemei observăm că între cele două observaţii, asteroidul a parcurs pe orbita sa, faţă de Soare, un unghi de 90^0 $(15^0 + 75^0)$. Se pune deci problema de a determina intervalul de timp în care planeta ajunge de la periheliu la o anomalie adevărată de 90^0. **METODA 1**, folosind caroiajul. *Observaţie.* Faptul că nu avem un caroiaj milimetric nu este relevant rezolvării problemei, atât timp cât măsurătorile se fac în **unităţi ale caroiajului** dat, prin numărare, aceasta deoarece aria se poate măsura doar prin numărarea pătrăţelelor din interiorul elipsei. Se trasează axele de simetrie ale elipsei şi apoi se găseşte factorul de scală al imaginii: o unitate de caroiaj 1 u = 0,03 UA. Se constată ca raportul semiaxelor din enunţ corespunde cu cel de pe desen. Se găseşte apoi poziţia unui focar, acesta aflându-se la distanţa $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 1,8$ UA $= 60$ u de	0.5p 0.5p 0.5p 0.5p

	Punctaj
METODA 2, cu ajutorul ecuaţiei lui Kepler. Excentricitatea orbitei este: $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=0.6$	0.5p
Anomalia excentrică E este în funcţie de anomalia adevărată V=90^0: $\mathrm{tg}\frac{E}{2}=\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\mathrm{tg}\frac{V}{2}$,	0.5p
de unde E=0,927295218 rad. Anomalia medie se află din ecuaţia lui Kepler: $M=E-e\sin E=0,447295218 rad.$	0.5p
Intervalul de timp va fi deci: $\Delta t=\frac{M}{2\pi}P=135,1$ zile	0.5p
Data rezultată prin aplicarea ambelor metode este deci **16 mai 2009**.	1p
c) Cea mai mică valoare a magnitudinii se obţine la marea opoziţie atunci când asteroidul este la periheliu. Dacă notăm cu r_0= 1 UA raza orbitei Pământului, vom avea distanţele Soare-asteroid şi Pământ-asteroid în acest caz: $d_1^{\odot A}=a(1-e)$, $d_1^{\oplus A}=a(1-e)-r_0$	1p
Maximul magnitudinii se atinge când opoziţia are loc la afeliul asteroidului, distanţele fiind în acest caz: $d_2^{\odot A}=a(1+e)$, $d_2^{\oplus A}=a(1+e)-r_0$	1p
Aceste distanţe sunt singurele elemnte care diferă între cele două situaţii. Calculând strălucirea asteroidului în reflexie în funcţie de luminozitatea Soarelui $E_{1,2}$, aplicând legea lui Pogson, şi efectuând simplificările vom obţine: $m_2-m_1=2,5\ \mathrm{lg}\frac{E_1}{E_2}=2,5\ \mathrm{lg}\frac{\left(d_2^{\odot A}\right)^2\left(d_2^{\oplus A}\right)^2}{\left(d_1^{\odot A}\right)^2\left(d_1^{\oplus A}\right)^2}=2,5\ \mathrm{lg}\frac{(1+e)^2\,(a(1+e)-r_0)^2}{(1-e)^2\,(a(1-e)-r_0)^2}=9,4.$	1p
Diferenţa foarte mare se datorază excentricităţii mari a orbitei care duce la o apropiere de numai 0.2 UA de Pamânt, (în interirorul orbitei lui Marte!) la marea opoziţie, în schimb distanţa la opoziţia din afeliu este de 3.8 UA.	1p
Oficiu	1p

PROBA DE BARAJ

SENIORI

Barem

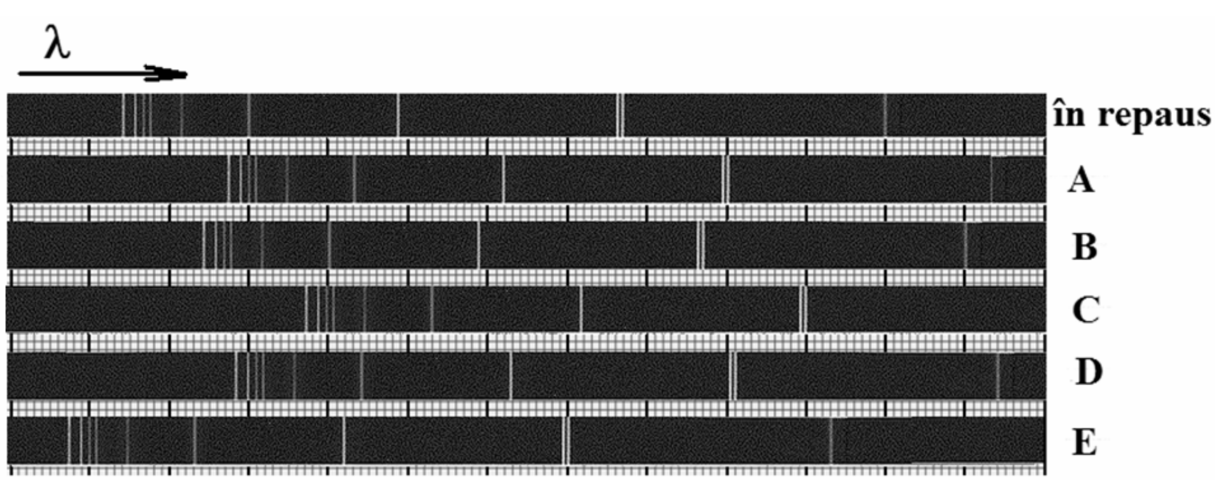
SUBIECTUL II (10 puncte)

În figura de mai jos sunt ilustrate spectrele emise de cinci galaxii bogate în sodiu şi hidrogen, comparativ cu spectrul emis de o sursă aflată în repaus.

a. Ordonaţi crescător galaxiile folosind drept criteriu vitezele radiale, faţă de galaxia noastră. Daţi o justificare calitativă pentru răspunsul dat;
b. Folosind dubletul sodiului şi rastrul din figură pentru a aprecia deplasările spre roşu, determinaţi vitezele radiale ale galaxiilor, faţă de galaxia noastră (Considerăm viteza luminii în vid c = 300.000km/s);
c. Pentru primele patru galaxii, distanţele estimate la care se află faţă de galaxia noastră sunt trecute în tabelul de mai jos. Folosind aceste valori, determinaţi constanta Hubble.

Galaxia	A	B	C	D
Distanța estimată (Mpc)	220,7	164,2	366,4	219,4

Se ştie că diferenţa dintre linia de lungime de undă mai mare a sodiului şi linia roşie a hidrogenului este $\Delta\lambda = 66\ nm$, linia roşie a hidrogenului având lungimea de undă $\lambda = 655\ nm$.



PROBA DE BARAJ

SENIORI

Barem

Subiectul	**Parțial**	**Punctaj**
		10 puncte
a. Ordinea este: E,B,D,A,C	1p	
Justificare: viteza de recesie a unei galaxii este cu atât mai mare cu cât deplasarea relativă spre roşu a spectrului provenit de la acea galaxie este mai mare.	2.5p	
Se observă că spectrul galaxiei „E” este deplasat spre roşu, ceea ce arată că galaxia respectivă se apropie de galaxia noastră.	0.5p	
b. Analizând spectrele din imagine, avem diferențele de lungimi de undă	0.5p	
$\Delta\lambda_A = 26\ nm$; $\Delta\lambda_B = 20\ nm$; $\Delta\lambda_C = 46\ nm$; $\Delta\lambda_D = 28\ nm$; $\Delta\lambda_E = -12\ nm$	1p	
Viteza radială este dată de relația $v = cz$, în care z este deplasarea relativă spre roşu, $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$		
Se obțin valorile:	1p	
$v_A = 13242\,\frac{km}{s}$; $v_B = 10186\,\frac{km}{s}$; $v_C = 23429\,\frac{km}{s}$; $v_D = 14261\,\frac{km}{s}$; $-6112\,\frac{km}{s}$		
	1p	
c. Conform legii lui Hubble, distanța este proporțională cu viteza de recesie, costanta de proporționalitate (constanta lui Hubble) fiind $H = \frac{v}{d}$,d fiind distanța.	0.5p	
Legea lui Hubble este valabilă, în formă liniară, pentru deplasări spre roşu mici.	0.5p	
Se obțin valorile: $H_1 = 60\,\frac{km}{s\,Mpc}$; $H_2 = 62\,\frac{km}{s\,Mpc}$; $H_3 = 64\,\frac{km}{s\,Mpc}$;	0.5	

Subiectul	Parțial	Punctaj
$H_4 = 65 \frac{km}{s\, Mpc}$ Valoarea medie este $\overline{H} = 62{,}7 \frac{km}{s\, Mpc}$		
oficiu	1p	
total	10p	

PROBA DE BARAJ
Barem-SENIORI

SUBIECTUL III (10 puncte)

Sistemul binar de stele Sirius format dintr-o stea normală - A şi o pitică albă – steaua B, prezintă particularitatea că poate fi analizat atât prin observare directă cât şi spectroscopic. În figura 1, este reprezentată orbita lui Sirius, considerând steaua A ca referenţial fix. Distanţele până la pitica albă – B reprezintă separaţia dintre cele două stele la diferite momente de timp.

a. Determinaţi perioada orbitală a sistemului. Estimează eroarea cu care poţi determina perioada.
b. În figura 1. orbita pare a fi eliptică deşi, dacă planul unei orbite circulare este înclinat faţă de direcţia de observare, orbita pare tot o elipsă. Argumentează, pe baza figurii, că orbita este eliptică.
c. Determină semiaxa mare aparentă a sistemului binar, exprimată în secunde de arc (factorul de corecţie pe care îl vei folosi pentru a lua în calcul înclinarea orbitei este 0,95)
d. Paralaxa centrului de masă este $\pi = 0{,}379''$. Determină marimea fizică a semiaxei mari.
e. Dacă orbitele celor două stele ar fi reprezentate luând ca referenţial centrul de masă, atunci orbita stelei B ar fi de 2,4 ori mai mare decât orbita stelei A. Determină masele celor două stele
f. Cunoscând magnitudinile bolometrice aparente ale celor două stele: Sirius-A $M_{\mathbf{A}}$ = -2,1 , Sirius-B M_B= +8,3, calculează luminozitatea fiecărei stele în funcţie de luminozitatea Soarelui $L_\odot$. Magnitudinea bolometrică absolută a Soarelui este +4,6.
g. Calculează folosind legea Stefan- Boltzman razele celor două stele în funcţie de $R_\odot$. Se cunosc temperaturile la suprafaţa Soarelui şi respectiv a celor două stele $T_\odot = 5800\text{K}$, $T_A = 11200K$, $T_B = 28500K$
h. Calculează densitatea medie a celor două stele.Se dau $R_\odot = 7 \cdot 10^{10}\, cm,\, M_\odot = 2 \cdot 10^{33}\, g$

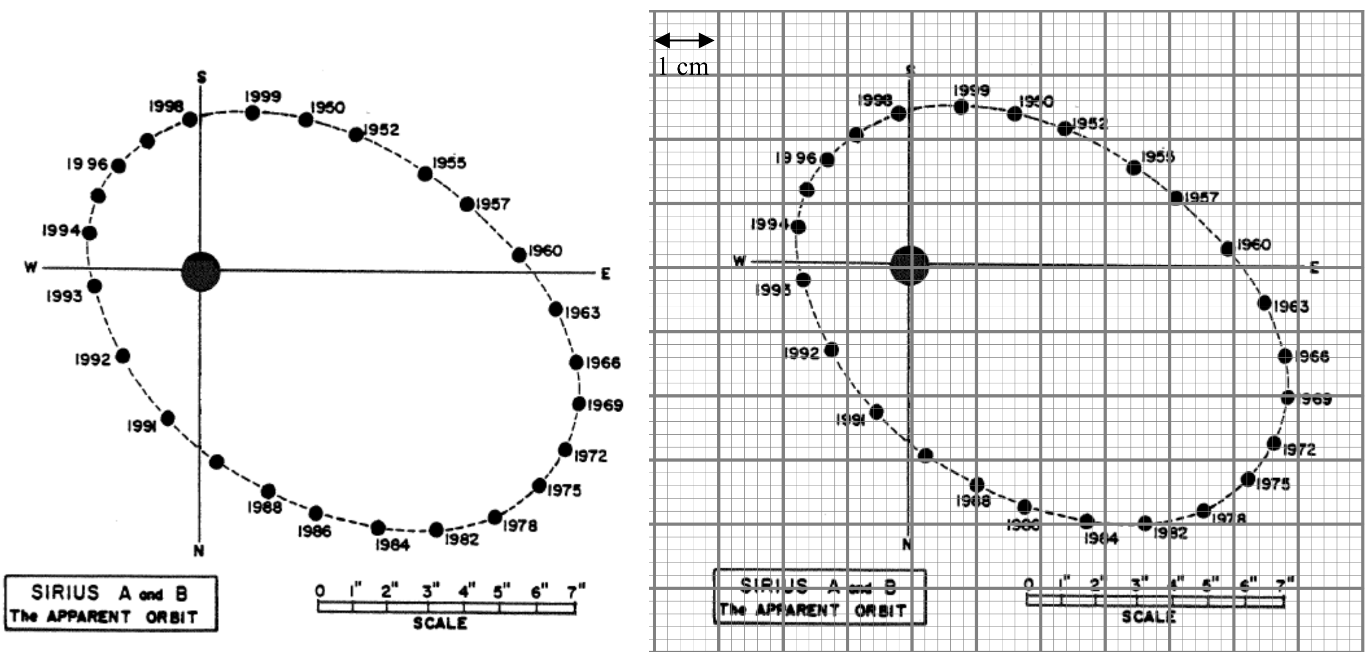


Figura 1

Subiectul	**Parțial**
a. Perioada este de 51 de ani. Eroarea este de $\pm 1 an$	1p
b. Dacă orbita ar fi circulară, indiferent de înclinarea planului orbitei, steaua A ar trebui să fie în centrul acesteia. Din figură se observă clar poziția excentrică a planetei A, deci traiectoria este o elipsă. A doua argumentație: la afeliu în perioada 1972 – 1978 lungimea traiectoriei parcurse în 5 ani este mai mică decât cea parcursă în zona periheliului, în 4 ani în intervalul 1994 – 1998.	1p
c. Lungimea axei mari este de aproximativ 8,4 cm. Conform scalei 7,0'' corespunde la 4,0 cm. Mărimea aparentă a semiaxei mari este: $a' = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{8,4}{4,0}\right)\cdot 7,0'' = 7,4''$ Lungimea semiaxei mari ținând cont de înclinarea orbitei va fi: $a'' = \frac{a'}{0,95} = 7,7''$	0.5p 0.5p
d. Distanța până la sistemul binar este 2,64 pc, sau 5,44 10^5 ua. Dimensiunea unghiulară a semiaxei mari este: $\frac{7,7''}{206265} = 3,7\cdot 10^{-5} radiani$ deci dimensiunea reală va fi $\frac{5,44\cdot 10^5}{3,7\cdot 10^{-5}} = 20 ua$	0.5p 0.5p

Subiectul	Parțial
e. Masa totală a sistemului binar se deduce din legea a III –a a lui Keppler. $(M_A + M_B)T^2 = a^3$ unde masele sunt exprimate în funcție de $M_\odot$, perioada T în ani şi **a** în UA. $M_A + M_B = \frac{(20)^3}{(51)^2} = 3{,}1 M_\odot$ Raportul maselor este egal cu inversul distanțelor fiecărei stele până la centrul de masă. $\frac{M_A}{M_B} = 2{,}4$ Rezultă că $M_B = \frac{M_A + M_B}{2{,}4+1} = 0{,}9 M_\odot, iar\ M_A = 2{,}2 M_\odot$	0.5p 0.5p 0.5p
f. Pentru Sirius $m - M = 5\log(2{,}64) - 5 = -2{,}98$ Magnitudinile absolute vor fi : Sirius A : 0,8 Sirius B : 11,2 Aplicând formula pentru calculul luminozității $M_\odot - M = 2{,}5 \log\left(L / L_\odot \right)$ se determină luminozitățile cerute: $L_A = 33 L_\odot$, $L_B = \left(2{,}3 \cdot 10^{-3}\right) L_\odot$	0.5p 0.5p
g. folosind legea Stefan Boltzman, raportul luminozităților stelei Sirius A si Soare, se exprimă astfel : $\frac{L_A}{L_\odot} = \frac{4\pi R_A^2 \sigma T_A^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = \left(\frac{R_A}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_A}{T_\odot}\right)^4$ Efectuând calculele rezultă $R_A = 1{,}5 R_\odot$, $R_B = (2{,}0 \cdot 10^{-3}) R_\odot$	0.5p 0.5p

Subiectul	Parțial
h. Densitatea medie a stelei este: $\langle\rho\rangle=\frac{M}{\frac{4\pi R^3}{3}}$.	0.5p
Folosind rezultatele obținute la punctele precedente se obține: $\langle\rho_A\rangle=0,79\ g\cdot cm^{-3},\langle\rho_B\rangle=1,6\cdot10^8\ g\cdot cm^{-3}$	1p
oficiu	1p
total	10p

<u>SUBIECTUL IV</u> A (7 puncte)

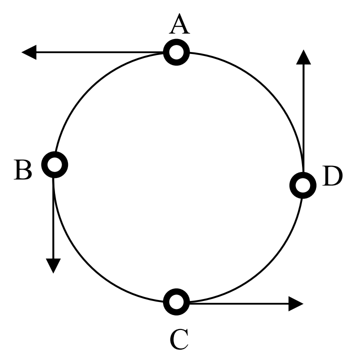
De câteva sute de ani, cercetători şi astronomi amatori se întreabă dacă există planete extrasolare, orbitând stele având o structură asemănătoare Soarelui. Cu toate acestea, abia în 1995 la Observatorul din Geneva, a fost anunțată descoperirea unei planete orbitând în jurul stelei ce are aceeaşi masă cu Soarele, 51 Pegasi.

Pentru a detecta astfel de planete sunt utilizate metode indirecte, întrucât lumina reflectată de planetă este de cele mai multe ori imposibil de identificat, datorită strălucirii stelei în jurul căreia orbitează. Printre metodele indirecte se numără măsurători asupra vitezei radiale (considerată şi cea mai eficientă), eclipse, lentile gravitaționale şi altele.

a) Explicați cât mai amănunțit fenomenul de variație a vitezei radiale. Determinați în cazul Soarelui viteza de rotație în jurul centrului de masă numai datorită mişcării pe orbită a planetei Jupiter.

Subiectul IV a).	**Punctaj**
Mişcarea în jurul centrului comun de masă şi a efectului Doppler.	0.5p
Se calculează semiaxa mare din perioada planetei Jupiter $a_J = T_J^{2/3}$ = 5,18 UA, de unde $v_J = \frac{2\pi a_J}{T_J} = 13\ km/s$ şi a vitezei radială a Soarelui	0.5p
$v_{Soare} = \frac{M_J}{M_{Soare}} v_J = 12.4\ m/s$	1p

b) În cazul stelei 51 Peg astronomii au identificat o variație a vitezei radiale cu o perioadă de 4,23 zile. Considerând curba de variație a vitezei radiale din figura 3, ilustrați prin desene poziția stelei 51 Peg relativ la centrul comun de masă al sistemului stea – planetă, pentru fiecare din cazurile A, B, C şi D.

<table>
<tr><th>Subiectul IV b).</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>

observatorul</td><td>A-0.25p
B-0.25p
C-0.25p
D-0.25p</td></tr>
</table>

c) Determinați distanța la care orbitează planeta şi limita inferioară a masei acesteia în funcție de masa planetei Jupiter. Poate fi această masă determinată exact? Argumentați.

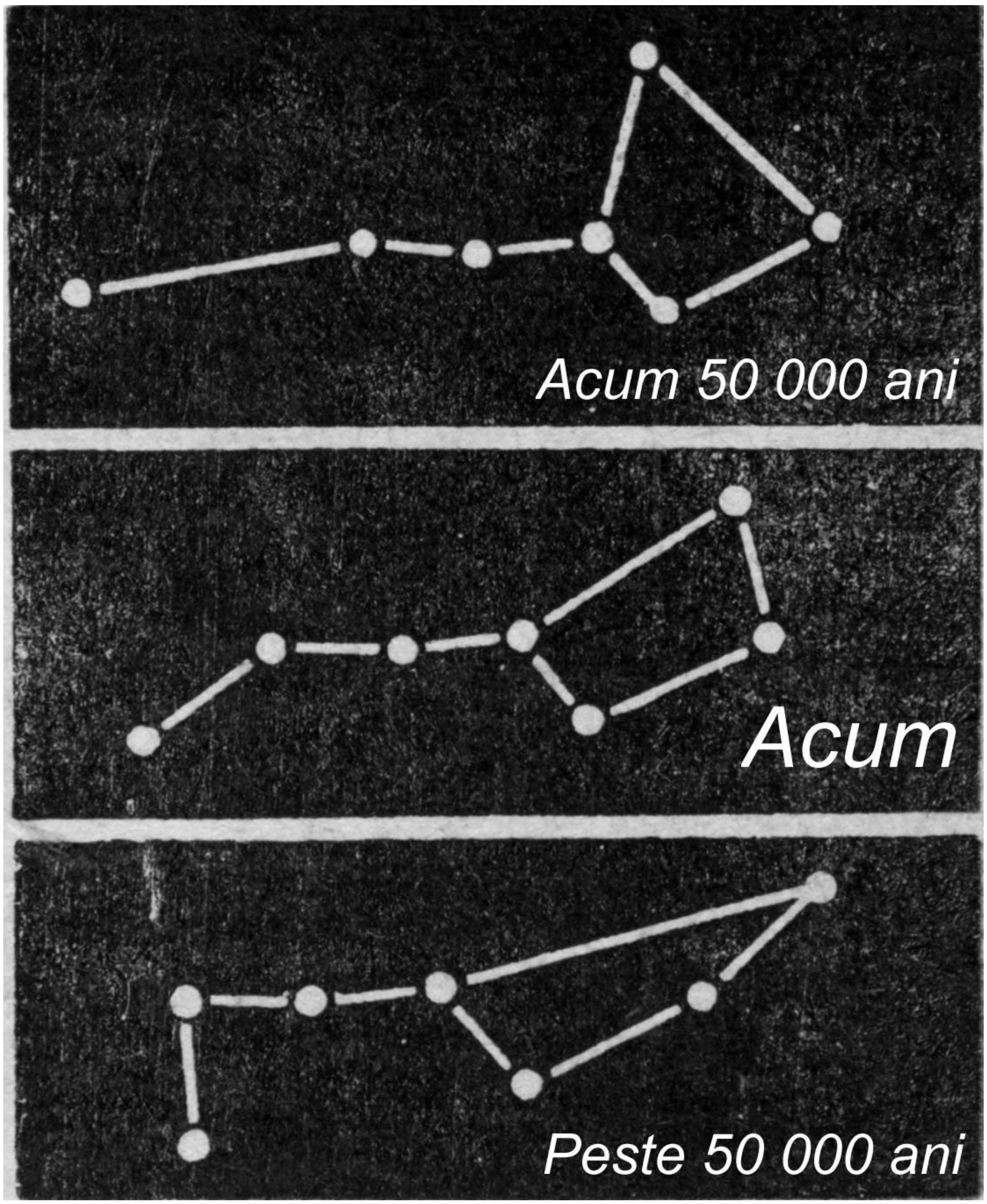
<table>
<tr><th>Subiectul IV c).</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>Semiaxa mare a orbitei planetei a = 0.051 UA (din perioadă) iar viteza planetei este
$$v = \frac{2\pi a}{T} = 131\ km/s$$</td><td>0.5p</td></tr>
<tr><td>Întrucât unghiul de înclinare nu este cunoscut viteza radială reală este
$$v_r = \frac{v}{\sin i}$$</td><td>1p</td></tr>
<tr><td>Astfel obținem
$$m \sin i = \frac{v_r}{v} M_{Soare} = 0.44\, M_J$$</td><td>0.5p</td></tr>
<tr><td>Masa nu poate fi cunoscută datorită faptului că nu cunoaştem unghiul de înclinare al planului orbitei.</td><td>1p</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td>1p</td></tr>
</table>

SUBIECTUL IV B (3 puncte)

B) Stelele se mişcă unele faţă de celelalte pe perioade mari de timp. În figura de mai jos este dată imaginea constelației Ursa Major acum 50 000 ani, în prezent şi peste 50 000 de ani.

Să se determine viteza de mişcare (aproximativă) în unități arbitrare a stelelor din constelație şi să se explice de ce se schimbă forma constelației.

Să se determine viteza tangențială de mişcare (aproximativă) a stelelor din constelație ținându-se cont de distanțele unghiulare relative ale stelelor față de situația actuală.



Barem de notare:

Se numeroteaza in ordinea cunoscuta stelele din Ursa Mare.
2.Comparand cele trei imagini se poate observa ca fiecare din stelele de la 1 la 7 isi modifica pozitia in timp
3.Se alege o stea ca referinta (Ex. steaua 4, față de care se poate observa modificarea pozitiilor celorlalte stele).
4.Se traseaza un sistem de axe OXY, perpendiculare, cu originea intr-una din stele (Ex. steaua 4)

a) Se determina coordonatele fiecărei stele față de acest referențial
acum 50.000 ani

Steaua	X	Y
1	- 6,5 cm	- 0,7 cm
2	- 2,9 cm	- 0,1 cm
3	- 1,5 cm	- 0,2 cm
4	0	0
5	+ 0,65 cm	2,4 cm
6	+ 2,8 cm	0,1 cm
7	+ 0,9 cm	0,9 cm

Analog pentru celelalte situatii
In prezent

Steaua	X	Y
1		
2		
3		
4	0	0
5		
6		
7		

După 50 000 ani

Steaua	X	Y
1		
2		
3		
4	0	0
5		
6		
7		

Scazand coordonatele x ,respectiv coordonatele y , din tabelele prezent-trecut/ prezent viitor se obțin directiile de deplasa fata de steaua de referinta(in cazul nostru steaua 4)si se poate determina si distantele de deplasare folosind teorema lui Pitagora.
Se pot desena pe foaie vectorii deplasare si in acelasi timp descrie tipul miscarii (ex: mişcare uniforma sau rectilinie, etc).

A nu se uita că totul este în proiecţie pe boltă!

Cunoscand distanţă unghiulară între doua stele din Ursa Mare, putem să calculam toate distanţele corecte (şi nu după unităti arbitrare).

Punctaj

Se acorda cate

0,15 puncte pentru fiecare tabel (0,15x3) 0.45 puncte

0,1 fiecare diferenta pe OX, Oy si aplicarea teoremei lui Pitagora (0,1x6) 0.6 puncte

0,1 fiecare stea:viteza, directie deplasare,etc) (0,1x7) 0.7 puncte

Total 1.75 puncte

Alte observaţii:

- **se evidenţiază mişcarea proprie a stelelor**
- **se vede (sau se intuieşte) că ele pot să se găsească (în marea majoritate a cazurilor) în plane diferite, respectiv la distanţe diferite de noi.**

Orice alte considerente bune şi interesante, se iau in considerare .

Se acorda 1.25 puncte pentru expicatie corecta a miscarii