

Proba teoretică - Juniori

Problema 1. (5 puncte)

O planetă îndreaptă spre Soare mereu aceeași față. Câte zile siderale are un an de pe planeta respectivă?

Răspuns: Dacă planeta îndreaptă spre Soare tot timpul aceeași față, înseamnă că perioada de rotație în jurul axei proprii este egală cu perioada de revoluție în jurul Soarelui. Anul se definește cu ajutorul mișcării de revoluție a planetei în jurul Soarelui (mai precis, este egal cu această perioadă). Ziua siderală reprezintă intervalul de timp după care punctul vernal revine la meridianul unui loc de pe planetă, adică perioada de rotație a planetei în jurul axei proprii. Cum cele două perioade sunt egale, rezultă că anul de pe planeta respectivă are o zi.

Observație: Dacă axa de rotație a planetei se află în planul ei orbital (planeta se restogolește în planul orbitei sale), de pe Soare se poate vedea doar o jumătate din suprafața planetei și raportul dintre perioada de rotație a planetei și perioada de revoluție poate fi oricât.

Barem de notare:

- perioada de rotație în jurul axei proprii este egală cu perioada de revoluție în jurul Soarelui 1pct
- definiția corectă a anului și a zilei siderale..... 1 pct
- un an are o zi siderală pe aceea planetă 1 pct
- observația1 pct
- oficiu 1pct

Problema 2. (5 puncte)

Trezindu-vă dintr-un somn letargic, descoperiți că vă aflați pe un atol nelocuit, situat exact pe ecuator. Soarele strălucește, nu aveți la voi decât costumul de baie. Puteți spune, după ce trece o oră, dacă acasă, la Călimănești, este iarnă sau vară?

Răspuns: La ecuator, latitudinea geografică este zero, ceea ce înseamnă că înălțimea Polului Nord Ceresc deasupra orizontului este egală cu zero. Mai precis, Polul Nord Ceresc coincide cu punctul geografic Nord (N). Prin urmare, stelele descriu pe bolta cerească arce de cerc perpendiculare pe orizont. Atunci când este vară în emisfera nordică, Soarele are declinație pozitivă, prin urmare va culmina superior la nord de zenit. Dacă suntem cu fața la Soare, cum în mișcarea diurnă el se mișcă de la răsărit la apus, el se va mișca de la dreapta spre stânga noastră. Când e iarnă în emisfera nordică, declinația Soarelui este negativă, iar mișcarea se produce în sens invers (de la stânga spre dreapta noastră).

Barem de notare:

- înălțimea deasupra orizontului a Polului ceresc Nord la ecuator1 pct
- identificarea corectă a arcului descris de bolta cerească de Soare la ecuator1 pct
- legătura între declinația Soarelui și anotimpul astronomic 1 pct
- legătura între anotimpul și sensul de mișcare a Soarelui pe bolta cerească 1 pct
- oficiu 1pct

Problema 3. (10 puncte)

Din materia Lunii la lună plină se fac un milion de sateliți sferici identici, situați aproximativ în același loc, dar fără a fi legați între ei. Ce magnitudine va avea roiul care se obține? Magnitudinea aparentă a Lunii în faza de Lună plină este egală cu -12.7.

Răspuns: Raza fiecăruia dintre sateliții formați este de 100 de ori mai mică decât raza Lunii, iar aria fiecăruia dintre ei este de 10000 de ori mai mică decât aria Lunii. Prin urmare, aria totală a celor un milion de sateliți este

de 100 de ori mai mare decât aria Lunii. Așadar, luminozitatea totală a roiului de sateliți va fi de 100 de ori mai mare decât cea a Lunii pline. Unui raport de 1:100 al luminozităților corespunde o diferență de magnitudine de 5 unități, deci magnitudinea totală a roiului va fi egală cu $m = -12.7 - 5.0 = -17.7^m$.

Barem de notare:

- raportul corect între raza sateliților și raza Lunii2 pct
- raportul corect între aria unui satelit și aria Lunii, respectiv aria totală a sateliților și aria Lunii2 pct
- raportul luminozităților Lunii pline și a roiului de sateliți 2 pct
- diferența magnitudinilor2 pct
- finalizarea rezultatelor1 pct
- oficiu 1pct

Problema 4. (8 puncte)

La 21 iunie 2007 la amiaza adevărată umbra unui băț vertical este egală cu înălțimea sa. La ce latitudine geografică ne aflăm? Însotiiți explicația de desenele care ne ajută să înțelegem ușor soluția dată.

Răspuns: La amiaza adevărată Soarele se află în direcția Sud, la culminația superioară. Dacă lungimea bățului este egală cu lungimea umbrei, atunci înălțimea Soarelui deasupra orizontului este de $+45^\circ$. La 21 iunie, ziua solstițiului de vară, declinația Soarelui este de $+23.5^\circ$. Dacă Soarele culminează la Sud de Zenit, înălțimea lui la culminația superioară este

$$h_{CS} = 90 - \varphi + \delta$$

unde φ este latitudinea locului de observație, iar δ declinația Soarelui. Înlocuind declinația Soarelui obținem $+68.5^\circ$, observator aflat în emisfera nordică.

Dacă Soarele culminează la Nord de Zenit înălțimea lui la trecerea la meridian verifică relația

$$h_{CS} + \delta + 90^\circ - \varphi = 180^\circ$$

de unde obținem $\varphi = -21.5^\circ$, latitudine sudică.

Barem de notare:

- aflarea înălțimii Soarelui deasupra orizontului 2 pct
- declinația Soarelui solstițiul de vară1 pct
- latitudinea din emisfera nordică2 pct
- latitudinea din emisfera sudică2 pct
- oficiu 1pct

Problema 5. (8 puncte)

La 22 decembrie, în timpul unei eclipse totale de Lună, se produce o ocultare a lui Jupiter de către Lună. Precizați în ce constelație se află Jupiter și în ce poziție se află el relativ la Soare și la Pământ.

Răspuns: Fiind solstițiul de iarnă, Soarele se află în constelația Săgetătorul. Fiind vorba de o eclipsă totală de Lună, Luna trebuie să fie în faza de Lună Plină, adică se află în constelația opusă Soarelui, Gemenii. Acolo trebuie să se afle și Jupiter, care, firește, este la opoziție.

Barem de notare:

- poziția aparentă a Soarelui pe bolta cerească (constelația în care se află).....3 pct
- faza Lunii și poziția sa aparentă pe cer (constelația în care se găsește).....2 pct
- poziția lui Jupiter pe boltă 2 pct
- oficiu 1pct

Problema 6. (10 puncte)

Prin centrul câmpului unei lunete de la Observatorul din Beijing (latitudine $39^{\circ} 54' 22''$ N, longitudine $116^{\circ} 23' 17''$ E, zona de timp TU+8^h) fixată în planul meridianului locului, se poate observa culminația superioară a stelei Procyon (ascensia dreaptă $7^{\text{h}}39^{\text{m}}18^{\text{s}}$, declinația $5^{\circ}13'30''$) de două ori în cursul unei anumite zile a anului 2007. Care este acea zi? Care este înălțimea deasupra orizontului la care este fixată luneta? Se cunoaște timpul sideral la Greenwich la ora 0 timp universal în data de 1 ianuarie 2007: $6^{\text{h}} 41^{\text{m}} 05^{\text{s}}$.

Soluție:

Deoarece intervalul dintre doua culminatii ale unei stele este ziua siderala de $23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 4,091^{\text{s}}$, se vor vedea doua culminatii ale stelei in prima zi a anului in care steaua culmineaza imediat dupa miezul noptii (ora 0).

Trebuie deci sa gasim prima zi a anului pentru care $t_{s0,n} > \alpha$ unde $t_{s0,n}$ este timpul sideral la ora 0 la Beijing in ziua n a anului, iar α este ascensia dreapta a stelei.

Cum miezul noptii la Beijing are loc cu 8 ore mai devreme decat la Greenwich, timpul sideral la Beijing la miezul noptii de 1 ianuarie va fi dat de formula:

$$t_{sB,1} = t_{sG} + L_B - 366,2422/365,2422 \cdot 8^{\text{h}} = 6^{\text{h}} 25^{\text{m}} 19^{\text{s}}$$

unde t_{sG} este timpul sideral la miezul noptii la Greenwich.

Diferenta $\alpha - t_{sB,1}$ este de $1^{\text{h}} 13^{\text{m}} 59^{\text{s}} = 4439^{\text{s}}$ si ea scade cu $(24^{\text{h}} - 23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 4,091^{\text{s}}) = 3^{\text{m}} 55^{\text{s}},909 = 235^{\text{s}},091$ in fiecare zi.

$$4423/235,091 = 18,81$$

Aceasta inseamna ca la 19 zile dupa 1 ianuarie, conditiile problemei sunt indeplinite. Raspunsul final este deci **20 ianuarie**.

Inaltimea culminatiei este data de formula $h = 90^{\circ} - \varphi + \delta$, unde δ este declinatia stelei si φ este latitudinea locului. Vom avea $h = 56^{\circ} 19' 08''$

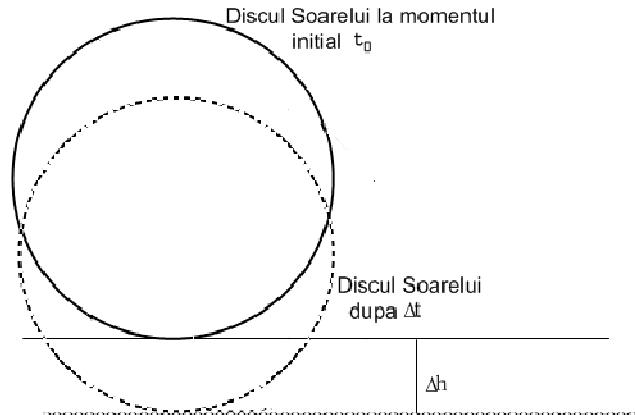
Barem:

Oficiu	1 pct
Intelegerea modului in care steaua culmineaza de doua ori	3 pct.
Calculul timpului sideral la Beijing la 1 ian la ora 0	2 pct.
Determinarea datei	2 pct.
Calculul inaltimii culminatiei	2 pct.
TOTAL.....	10 puncte

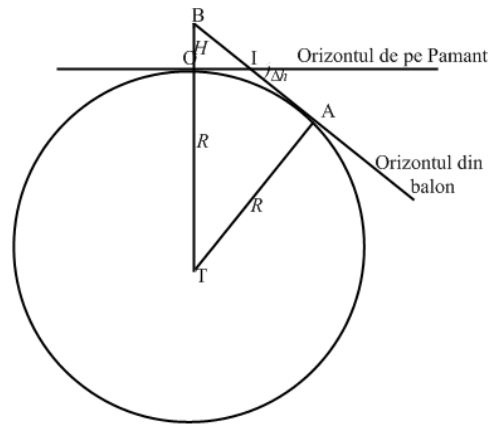
Problema 7. (12 puncte)

În data de 21 martie, Ursul Polar, aflat în vizită la ecuator se hotărăște să prelungească observarea apusul Soarelui, urcându-se într-un balon în momentul când discul Soarelui este tangent la orizont, deasupra acestuia. Balonul se ridică de la sol astfel încât Ursul să continue să vadă Soarele în aceeași poziție față de orizont. La ce înălțime trebuie să se găsească balonul după un minut?

Solutie



Soarele se gaseste pe ecuator. El coboara vertical parcurgand intr-un minut arcul $\Delta h = 360^\circ / (23 \cdot 60 + 56) = 0,25^\circ$ (23h 56m fiind durata aproximativa a zilei siderale)



Daca Ursul se gaseste la altitudinea H unghiul dintre orizontul vazut de pe Pamant si cel vazut in balon este $\angle BIO = \angle BTA$, fiind unghiuri cu laturile perpendiculare.

Din triunghiul TAB rezulta:

$$\cos(\Delta h) = R / (R + H) \text{ sau } H = R (1 / \cos \Delta h - 1) = 61 \text{ m}$$

Barem:

Oficiu	1 pct
Miscarea diurna aparenta a Soarelui	3 pct
Calculul lui Δh	2 pct.
Efectul ridicarii asupra orizontului, geometric	2 pct.
$\cos(\Delta h) = R / (R + H)$	2 pct.
Calculul lui H	2 pct.
TOTAL	12 puncte

Problema 8. (12 puncte)

O planetă de masă $m=10^{-4} M_{\odot}$ și raza egală cu două raze terestre, orbitează în jurul unei stele de masă $M=2M_{\odot}$. Ecuatorul planetei coincide cu planul orbitei sale în jurul Soarelui. Pe această planetă se întâmplă următorul fenomen: greutatea fiecărui obiect scade în timpul zilei și crește în timpul nopții. Raportul dintre greutatea maximă din timpul nopții și cea minimă din timpul zilei variază în decursul anului între 1.2 și 1.3. Explicați fenomenul și determinați semiaxa mare și excentricitatea orbitei planetei.

Se va considera că mișcarea de rotație a planetei este suficient de lentă, iar forma sa este sferică și nu se modifică în timp. Se va considera că raza planetei este mult mai mică decât distanța dintre planetă și stea.

Soluție

Diferența dintre greutatea din timpul zilei și cea din timpul nopții se datorează atracției Soarelui. Din descrierea mișcării, Soarele trece o dată pe zi la Zenit și o dată pe zi la Nadir pentru un punct de pe ecuator. Variația anuală a raportului greutății zi-noapte se datorează excentricității orbitei planetei.

Notăm cu z raportul dintre greutatea minimă (când Soarele e la Zenit) și cea maximă (când Soarele e la Nadir). Valoarea minimă a lui z , 1,2 se atinge când planeta este la apoastru și valoarea maximă, 1,3 se atinge când planeta este la periastru.

Notăm cu:

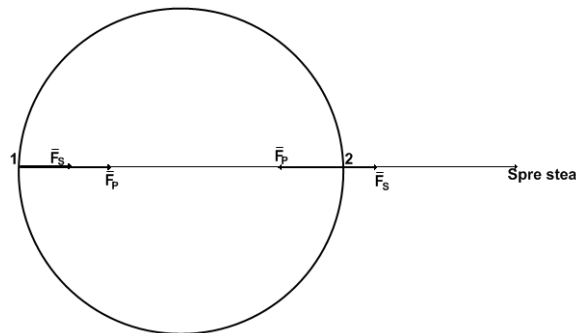
- F_P forța de atracție gravitațională exercitată de planeta asupra unui corp de masă m de pe suprafața,
- F_S forța de atracție exercitată de stea asupra unui corp de masă m de pe planeta;
- R raza planetei
- r distanța stea - planeta

Din legea atracției universale, având în vedere că $r \gg R$:

$$F_P = G \frac{mM_P}{R^2}$$

$$F_S = G \frac{mM_S}{r^2}$$

unde M_S și M_P sunt masele stelei, respectiv planetei.



În figura sunt reprezentate forțele F_P și F_S în cazul 1, când steaua este la nadir (miezul nopții) și cazul 2, când steaua este la zenith (miezul zilei). Avem evident:

$$z = \frac{F_S + F_P}{F_S - F_P}$$

Inlocuind formulele fortelor, obtinem:

$$r = \sqrt{\frac{M_S}{M_P} \frac{z+1}{z-1}} \cdot R$$

Pentru $z=1,3$ obtinem distanta la periheliu: $r_\pi=5 \cdot 10^6$ km, pentru $z=1,2$ obtinem distanta la afeliu: $r_A=6 \cdot 10^6$ km. Semiaxa mare va fi:

$$a = \frac{r_A + r_\pi}{2} = 5,5 \cdot 10^6 \text{ km}$$

iar excentricitatea orbitei:

$$e = \frac{r_A - a}{a} = 1/11 = 0,09$$

Barem:

Oficiu	1 pct
Intelegerea cauzei variatiei greutatii zi - noapte	2 pct
Intelegerea cauzei variatiei anuale	2 pct.
Aplicarea legii atractiei universale.....	2 pct.
Relatia dintre z si distanta la Soare	2 pct.
Calculul semiaxei.....	2 pct.
Calculul excentricitatii	1 pct.
TOTAL.....	12 puncte